XVI^{e} Rallye Mathématique d'Aquitaine

UNE SOLUTION

1) HITORI ♠♠

A	D	F	D	E	F
B	F	E	A	D	F
E	A	B	F	D	E
E	B	B	D	F	E
C	F	A	E	B	D
F	A	D	F	A	A

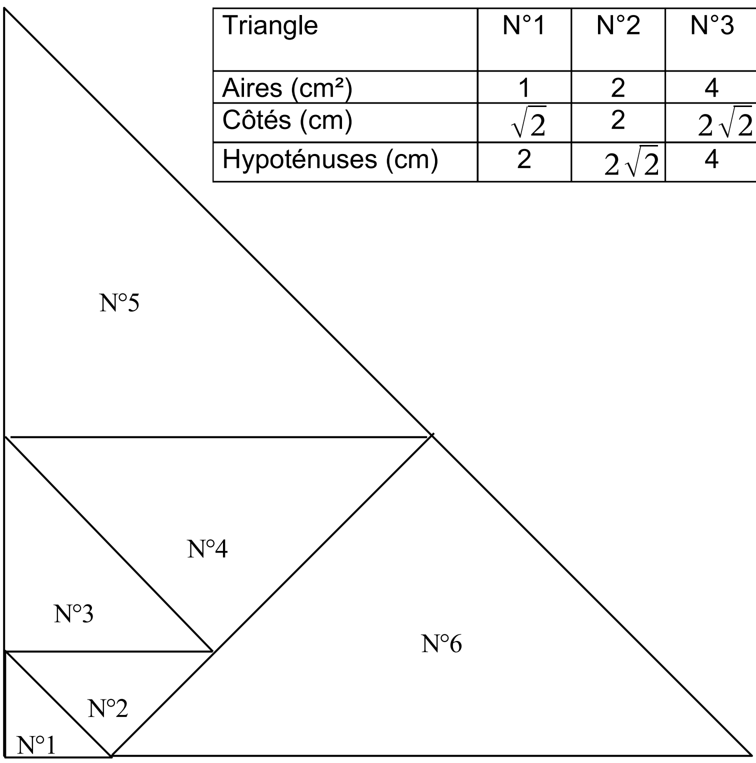
Pour commencer, on peut regarder la dernière ligne : il y a 3 fois la lettre A donc deux A sont à noircir. Comme les deux A qui ont un côté commun ne peuvent être noircis tous les deux, le A isolé est à noircir. Dans la deuxième colonne, seul le F de la deuxième ligne peut alors être noirci...

2) C'est l'aire de la Péricube ! ♠♠

Si a, b et c désignent les dimensions (en cm) de la boîte de volume 100 cm^3, on peut écrire $a \times b \times c$ = 100. La boîte contient des petits cubes de fromage de 1 cm de côté donc a, b et c sont des nombres entiers.
L'aire totale de la boîte s'écrit $2ab + 2ac + 2bc$ et doit être minimale.
En listant les triplets de nombres entiers dont le produit est 100, on trouve les dimensions 4 cm, 5 cm et 5 cm pour une surface minimale de 130 cm².

3) Des racines et des aires ♠♠♠

Triangle	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	Grand Triangle
Aires (cm²)	1	2	4	8	16	18	49
Côtés (cm)	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4	$4\sqrt{2}$	6	$7\sqrt{2}$
Hypoténuses (cm)	2	$2\sqrt{2}$	4	$4\sqrt{2}$	8	$6\sqrt{2}$	14



4) PIN Perdu ♠

Mon code PIN de portable est 1732.

5) Carrément adhésif ♠

$\boxed{9}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{5}$ $\boxed{7}\boxed{8}\boxed{4}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}\boxed{6}$

$9025=95^2$ $784=28^2$ $1=1^2$ $36=6^2$

6) FIBS ♠

FI/BO/NA/CCI/au/rait/pu/vous/dire/que/ce/vers/doit/com/por/ter/treize/plus/huit/sy/llabes.

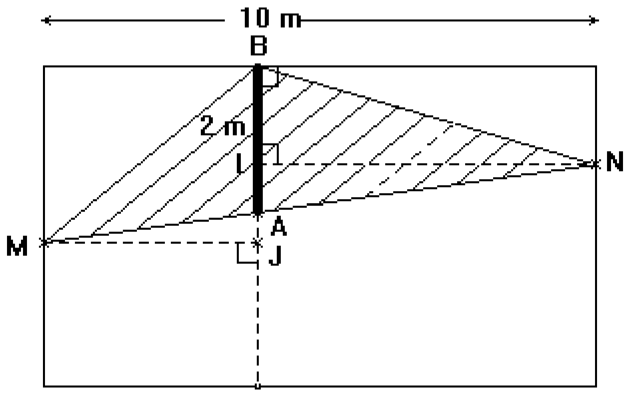
<u>Remarque :</u> la suite de Fibonacci n'est pas la seule suite à donner une réponse. Il en existe une infinité d'autres (sûrement moins intuitives). Il est par exemple possible de construire une suite qui a pour 8eme terme 20 au lieu de 21. Il suffit de trouver un polynôme de degré 7 qui donnera la « logique » de cette nouvelle suite !

7) Harakichiffre ♠♠

Seuls 000, 125, 216, 343, 512 et 729 sont des nombres de trois chiffres, cube d'un entier. On ne conserve alors de cette liste que les nombres dont les deux derniers chiffres forment une puissance quatrième d'un entier, c'est-à-dire : 000 ($00=0^4$) et 216 ($16=2^4$).
Pour créer un carré d'entier en ajoutant un chiffre des unités de mille, seules deux possibilités se présentent 0000 (00^2) ou 9216 (96^2). La réponse à l'énigme est non nulle donc c'est **9216**.

8) Bâton étalon ♠♠

Dans les triangles MAB et NAB, on trace les hauteurs issues de N et de M, toutes les deux relatives au côté [AB] commun aux deux triangles.



L'aire du triangle BMN est égale à la somme des aires des triangles MAB et NAB :

$AB\times MJ/2 + AB\times NI/2 = AB\times(NI+JM)/2 = 2\times 10/2 = 10$

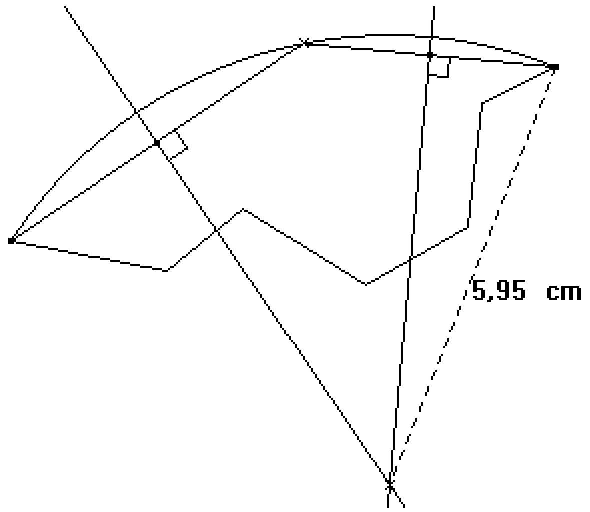
L'aire de la zone hachurée est bien de 10 m².

9) Nombres d'or ♠♠

Du parchemin n°1 au n°9, il y a 9 caractères à écrire.
Du parchemin n°10 au n°99, il y a 90×2 caractères, soit 180 caractères.
Du parchemin n°100 au n°256, il y a 157×3 caractères, soit 471 caractères.
$9+180+471 = 660$
Au total, il y a 660 caractères à écrire.
La division euclidienne de 660 par 13 donne : $660=13\times 50+10$
Il faut donc 51 fioles au minimum pour écrire les numéros des 256 parchemins.

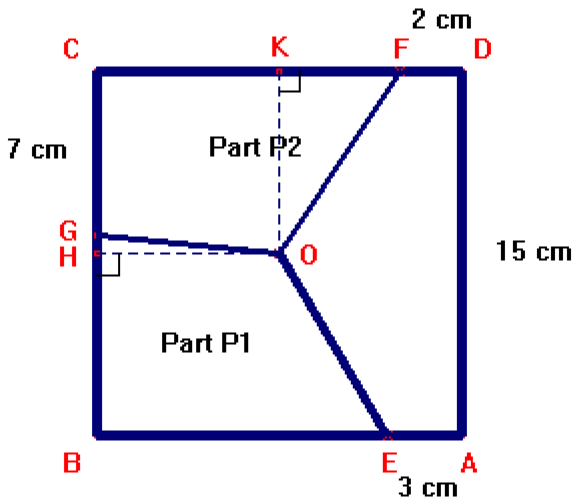
10) Curieuses fouilles ! ♠

Il suffit de tracer les médiatrices de deux cordes de l'arc de cercle : celles-ci sont concourantes au centre du cercle. En mesurant un rayon et en doublant cette mesure, on obtient le diamètre de l'assiette.
On trouve environ : 11,9 cm.



11) C'est pas de la tarte ! ♠♠♠

L'aire de la tarte est 15² = 225 cm²
L'aire d'une part de tarte est 225 / 3 = 75 cm².



Part P_1 :
Aire du trapèze EBHO = = 73,125 cm²
Il faut donc rajouter à ce trapèze, un triangle HGO.
Aire de HGO = 75 – 73,125 = 1,875 cm² donc
7,5×HG = 3,75 donc HG = 0,5 cm.
Le point G se trouve à 7 cm du point C.

Part P_2 :
Aire du trapèze GCKO = = 54,375 cm²
Il faut donc rajouter à ce trapèze, un triangle KOF.
Aire de KOF = 75 – 54,375 = 20,625 cm²
donc 7,5×KF = 41,25 donc KF = 5,5 cm.
Le point F se trouve à 2 cm du point D.

Les deux coups de couteau à donner sont sur [OG] et [OF]

<u>Remarque :</u> on peut aussi ne considérer que des triangles de sommet O ; ceux-ci ont tous la même hauteur de 7,5 cm donc la somme des bases des triangles qui forme une part doit être égale au tiers du périmètre, soit 20 cm. Il suffit donc de découper la tarte tous les 20 cm sur le bord.

12) Sans gravité ? ♠♠♠

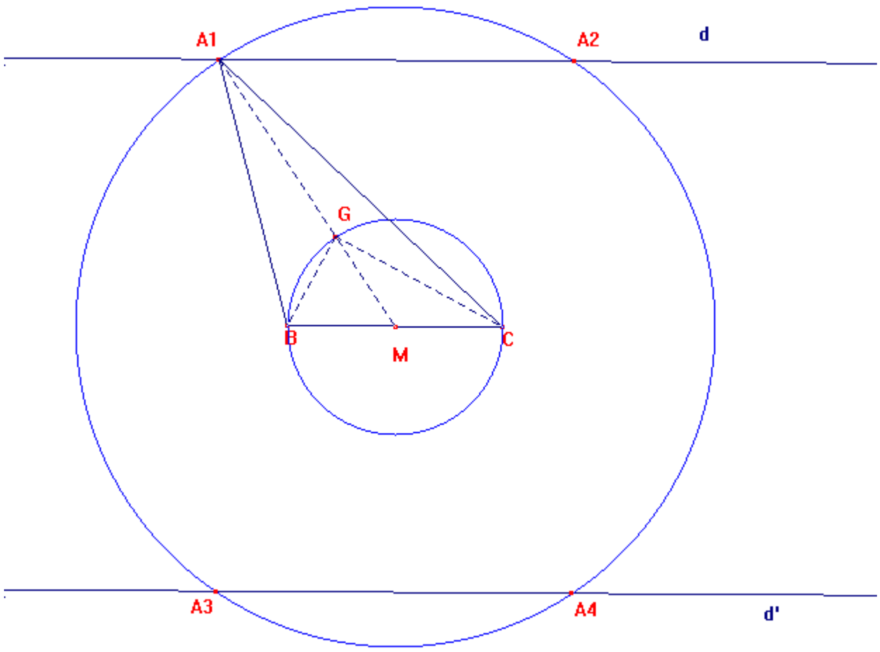
Soit h la longueur de la hauteur relative au côté [BC].
On doit avoir : (4 x h) / 2 = 10, d'où h = 5 cm.

Soit M le milieu de [BC] et G le centre de gravité du triangle ABC.

Les droites (BG) et (CG) doivent être perpendiculaires, par conséquent le point G appartient au cercle de diamètre [BC]. On a donc MG = BC/2 = 2 cm.
[AM] est la troisième médiane du triangle ; par conséquent : AM = 3GM = 3×2 = 6 cm. (le centre de gravité d'un triangle se trouve au tiers d'une médiane en partant du milieu d'un côté)

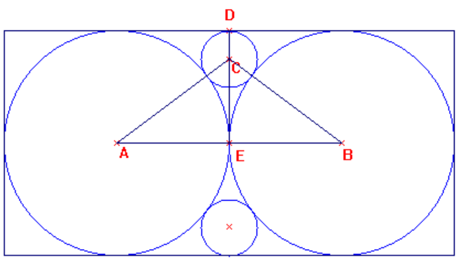
On en déduit les étapes de construction suivantes :
- un segment [BC] mesurant 4 cm ;
- les deux droites d et d' parallèles à (BC) distantes de celle-ci de 5 cm ;
- le milieu M de [BC], puis le cercle de diamètre [BC] ;
- le cercle de centre M et de rayon 6 cm ; celui-ci coupe la droite d en A_1 et A_2 et la droite d' en A_3 et A_4.

Pour obtenir une des quatre solutions, il ne reste plus qu'à relier B et C avec un des quatre points A_1, A_2, A_3 ou A_4.



Sujet spécial seconde générale et technologique

13) Multiplication de pièces ♠♠♠



On note r le rayon d'une petite pièce et R celui d'une grande.
(DE) étant un axe de symétrie de la figure, le triangle BCE est rectangle en E, et d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2=CE^2+EB^2$ Donc $(R+r)^2=(R-r)^2 + R^2$
Donc $R^2+r^2+2rR = R^2+r^2-2rR + R^2$
Donc $4rR=R^2$ donc $R=4r$
Le rayon d'une petite pièce est 4 fois plus petit que celui d'une grande donc la surface d'une petite pièce est 16 fois plus petite que celle d'une grande.
En fondant deux grandes pièces, on fait donc 32 petites pièces, auxquelles on rajoute les deux qu'ils possédaient déjà, ce qui donne **34 pièces** identiques au total.

<u>Remarque :</u> on peut aussi se poser la question de savoir si ces 34 pièces vont entrer dans l'étui rectangulaire sans se superposer…