

Rallye Mathématique d'Aquitaine

Lundi 31 mars 2008

Une solution

Enigme 1: NUITS BLANCHES

Lamiaë, Vincent et Jennifer ont résolu respectivement 16, 2 et 7 énigmes.

Enigme 2: LES DIAGONALES DES FOUS

Nombre côtés du polygone	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de diagonales	0	2	5	9	14	20	27	35	44	54

Les 2 seuls polygones qui ont, à eux deux, 44 diagonales comme l'hendécagone (11 côtés) sont l'hexagone (6 côtés) et le décagone (10 côtés).

Enigme 3: CROP CIRCLE

Notons A, B et C les centres des 3 arcs de cercles de 6 dam de long qui forment l'oeuvre.

Notons r le rayon de ces arcs de cercle en dam.

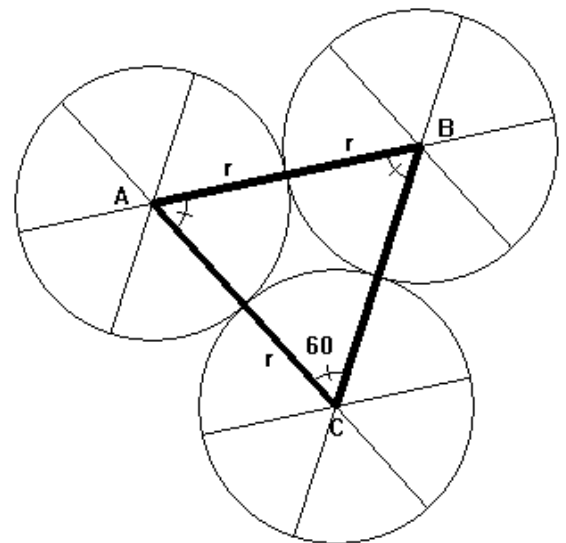
ABC est donc un triangle équilatéral de côté 2r et de

hauteur $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2r$

Les 3 portions de disque contenues dans ABC forment à eux trois un demi-disque de rayon r.

Superficie de l'oeuvre = Aire (ABC) – Aire(demi-disque)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2r \right) \times 2r - \frac{\pi \times r^2}{2} \\
 &= (\sqrt{3} \times r^2) - \frac{\pi \times r^2}{2} = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$



Cherchons r :

Les arcs de cercle représentent un sixième du cercle de périmètre $2\pi r$ donc ils mesurent $2\pi r/6$ dam. Donc on a $2\pi r/6 = 6$ d'où $r = 18/\pi$ dam.

Donc la superficie de l'oeuvre est: $\left(\frac{18}{\pi}\right)^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) \approx 5,29 \text{ dam}^2$

Enigme 4: LES CUBES DE SON COURS

FACE A:



FACE B:

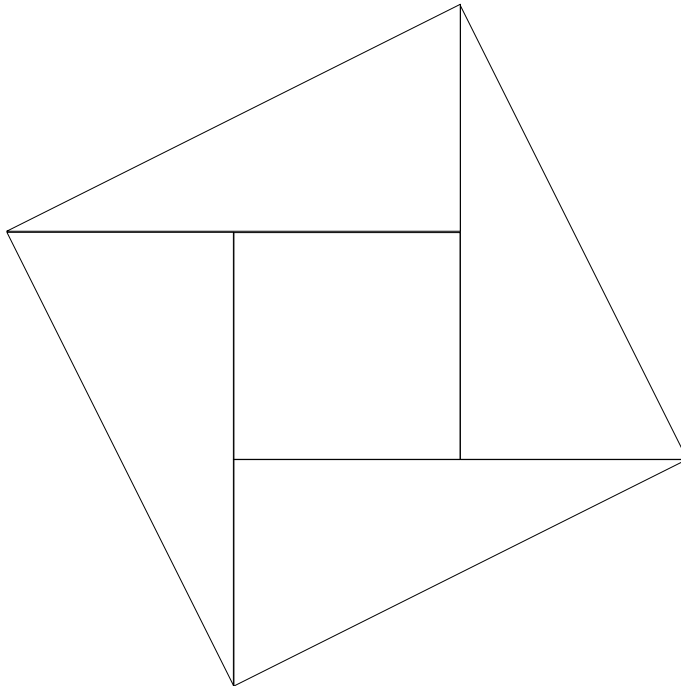


Enigme 5: COVOITURAGE ET FESTAYRE

Le trajet Agen-Marmande-Bordeaux-Bayonne mesure 285 km et coûte 85,50 €. On obtient alors:

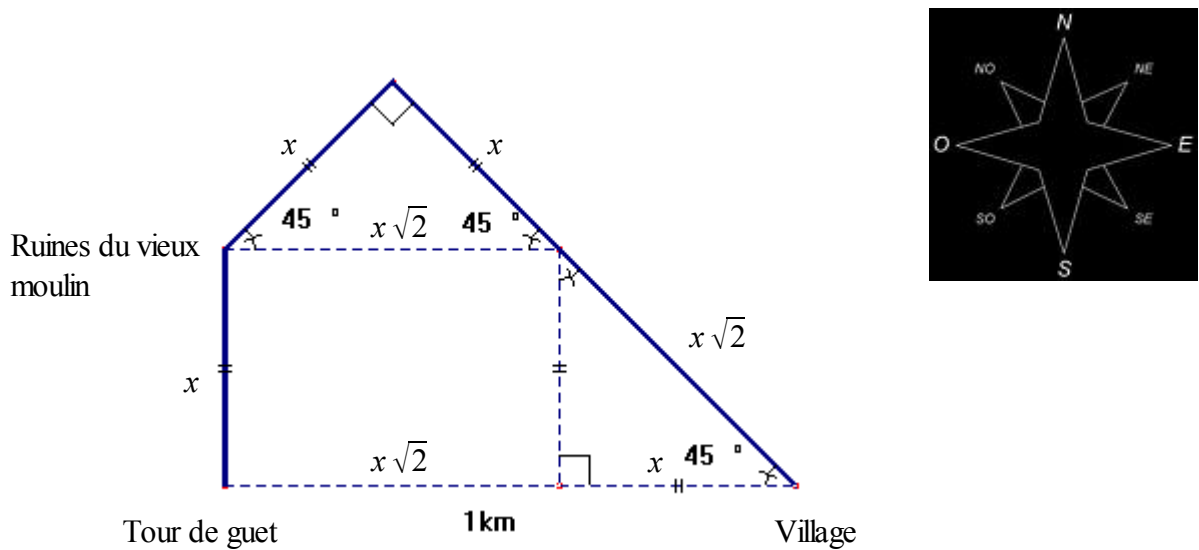
	Coût (€)	Jean-Phi	Françoise	Cathy	Seb	Marc
Agen-Marmande	$\frac{60 \times 85,5}{285} = 18$	9	9	0	0	0
Marmande-Bordeaux	$\frac{75 \times 85,5}{285} = 22,5$	7,5	7,5	7,5	0	0
Bordeaux-Bayonne	$\frac{150 \times 85,5}{285} = 45$	9	9	9	9	9
Total (€)	85,5	25,5	25,5	16,5	9	9

Enigme 6: QUARRER UN CARRE



Enigme 7: NE PAS PERDRE LE NORD

Représentons le trajet du randonneur (en trait plein):



Notons x le nombre de pas faits par le randonneur entre la tour de guet et les ruines du vieux moulin.

En calculant l'hypoténuse des triangles rectangle-isocèles, on obtient:

$$x\sqrt{2} + x = 1 \text{ km donc } x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \text{ km}$$

D'où la longueur du trajet du randonneur: $3x + x\sqrt{2} = x(3 + \sqrt{2}) = \frac{3 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \approx 1,828 \text{ km}$

Enigme 8: LE POIDS DES NOMBRES

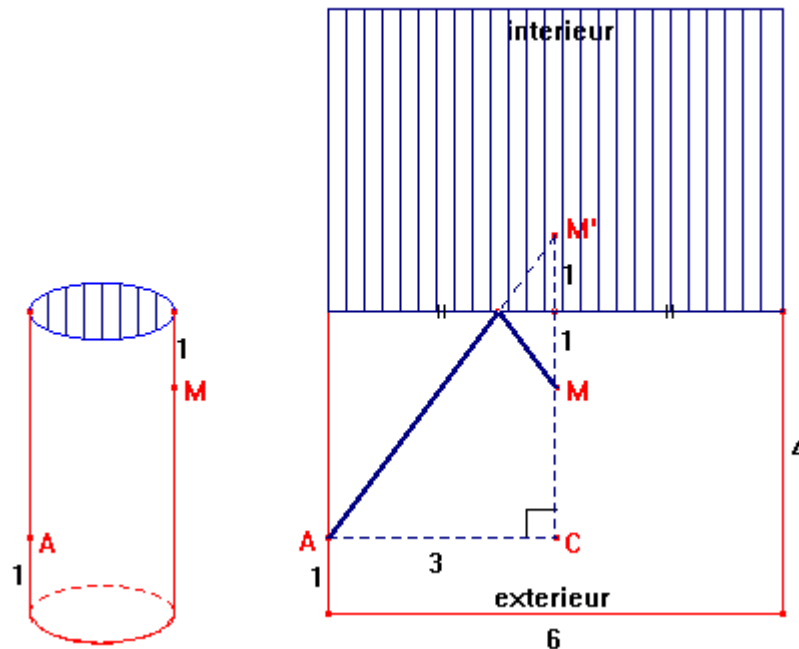
Le plus petit nombre entier qui « pèse » 2008 doit posséder un minimum de chiffres donc un maximum de 9.

Comme $2008 = 9 \times 223 + 1$, le nombre cherché possède 224 chiffres et s'écrit:

$$\underbrace{199 \dots 9999}_{\text{Le chiffre 9 apparaît 223 fois}}$$

Enigme 9: LE PATRON A LE BOURDON...

La surface latérale du cylindre est un rectangle de longueur 6 pieds et de hauteur 4 pieds.
Si on représente cette surface en double afin de distinguer l'intérieur de l'extérieur, on obtient le patron suivant.



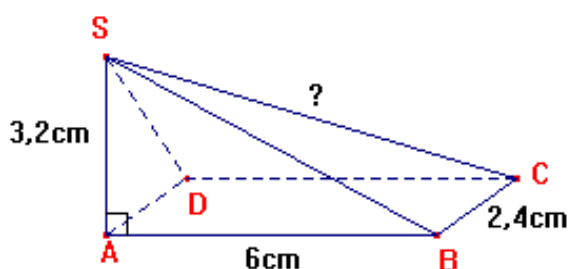
Dans le triangle AM'C rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a:

$$AM'^2 = AC^2 + CM'^2 \text{ d'où } AM' = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

La distance la plus courte entre l'abeille A et la goutte de miel M est **5 pieds**.

Enigme 10: DU LIQUIDE POUR UN SOLIDE

La réalisation de la base rectangulaire du moule pyramidal ABCDS nécessite les 2 tiges de 6 cm et les 2 tiges de 2,4cm. Cela donne une base ABCD de 14,4 cm².
Comme son volume est de 15,36 cm³, sa hauteur est égale à $3 \times 15,36 \div 14,4$, c'est-à-dire 3,2 cm, ce qui est exactement la longueur de l'arête [SA]. Cela signifie que l'arête [SA] correspond à la hauteur de la pyramide donc celle-ci est perpendiculaire à la base.
Il reste 3 tiges à placer: l'arête [SB] mesure forcément 6,8 cm et l'arête [SD], 4 cm.



Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a:

$$AC = \sqrt{6^2 + 2,4^2} = \sqrt{41,76} \text{ cm}$$

Dans le triangle ASC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a:

$$SC = \sqrt{3,2^2 + 41,76} = \sqrt{52} \text{ cm}$$

La dernière tige [SC] mesure $\sqrt{52} \text{ cm}$.

Enigme 11: SUR LA TOUCHE

Le nombre manquant est 14.

Enigme 12: MOBI PHOLLY

Les énigmes du rallye ne sont pas évidentes !