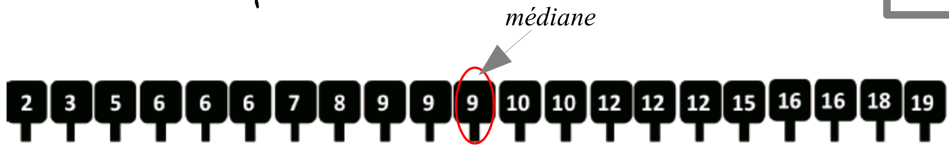
Énigme 1 :   Miss Plouf



Effectif total : n = 21 $\overline{x}=\frac{210}{21}=10$ *Étendue : e = 19 -2=17*

La moyenne est égale à 10, il y a 21 candidates.

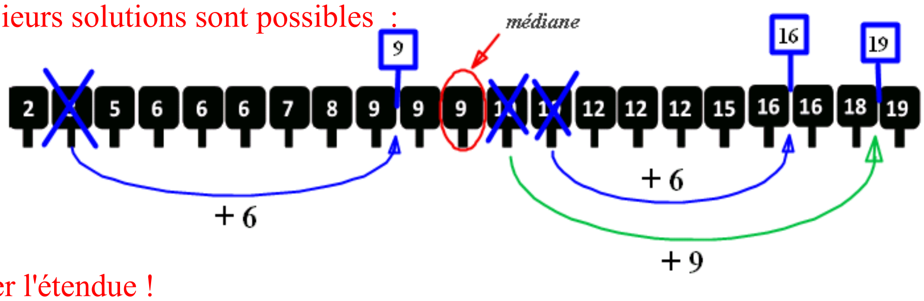
Pour obtenir une moyenne égale à 11, le jury doit attribuer 21 points supplémentaires.

Essayons de modifier seulement deux notes :
on voit très vite que l'on doit attribuer au moins 11 points à une note inférieure ou égale à la médiane, et la médiane se trouve donc changer.

On ne peut donc pas ajouter 21 points en changeant uniquement deux notes.

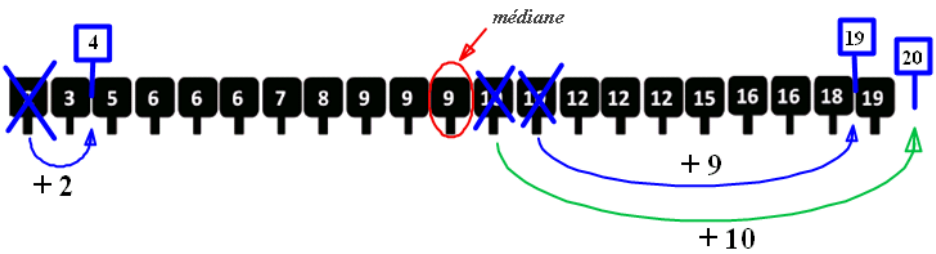
En modifiant trois notes, plusieurs solutions sont possibles :

Voici une solution :



Attention, il ne faut pas changer l'étendue !

Voici une autre solution :



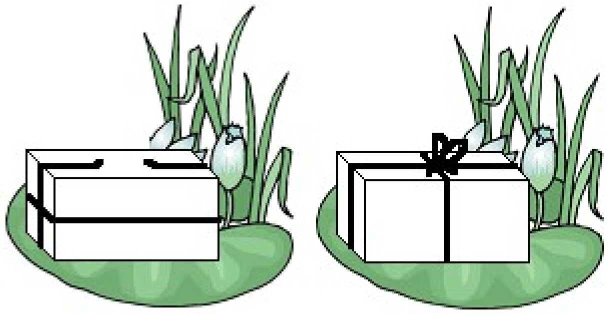
Énigme 2 : Un pavé dans la mare

Système d'équations

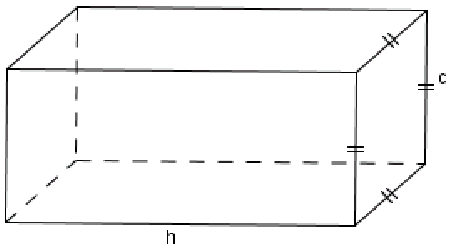
On note :

c : la longueur (en cm) du côté du carré

h : la hauteur (en cm) de ce pavé droit.



Voici une représentation en perspective cavalière :



Après la 1ère tentative d'empaquetage, on peut écrire :

$$4h+4c-10=150$$

Avec le nœud enfin réalisé, on a

$$2h+6c+30=150$$

On obtient alors le système :

$$\begin{cases} 4h+4c=160 \\ 2h+6c=120 \end{cases}$$

d'où $\begin{cases} h+c=40 \\ h+3c=60 \end{cases}$

par différence, $2c=20 \ et \ c=10$

Les dimensions du pavé sont : $\boxed{\begin{cases} c=10 \\ h=30 \end{cases}}$

Le volume du paquet est : $\mathcal{V}_{\text{pavé}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \textit{hauteur}$ d'où :

$$V=c\times c\times h$$

$$V=3\ 000\ cm^3=3\ dm^3=3\ L$$

Le volume du paquet est : **V = 3 000 cm^3 = 3 dm^3 = 3 L**

Énigme 3 : Un amour d'anoure

arithmétique:

Quel joli prince se cache derrière ce batracien ?

http://www.grenouilles.free.fr/anoures

Puisque maintenant, tout le monde connaît la classification des Anoures : Grenouilles, Rainettes et Crapauds, nous allons compter les bises !

Notons :

- a : le nombre de Grenouille
- b : le nombre de Rainette
- c : le nombre de Crapaud

On peut alors décrire notre histoire de « princes » à l'aide de quelques équations :

$$\begin{cases} 2ab+2bc+3ac=75 \\ a+b+c=10 \\ a,\ b \text{ et } c \text{ sont des entiers compris entre 1 et 5.} \end{cases}$$

Après quelques tests, on trouve assez rapidement : $a = 3$; $b = 4$ et $c = 3$.

3 princes ont été transformés en GRENOUILLES, 4 en RAINETTES et 3 en CRAPAUDS.

Une idée : on peut vérifier l'unicité de la solution avec un tableur :

B3 =SI(C2<5;B2;SI(B2<5;B2+1;1))

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	c		2ab+2bc+3ac	test	
2	1	1	1		7		
3	1	1	2		12		
4	1	1	3		17		
5							

A69 =SI(B68<5;A68;SI(C68=5;A68+1;A68))

	A	B	C	D	E	F	G
67	3	4	1		41		
68	3	4	2		58		
69	3	4	3		75	GAGNE	
70	3	4	4		92		
71	3	4					

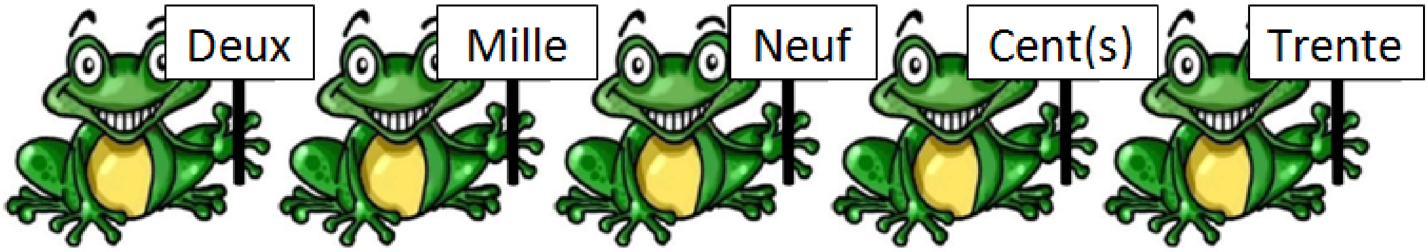
F69 =SI(ET(E69=75;A69+B69+C69=10);"GAGNE"; "")

	A	B	C	D	E	F	G
67	3	4	1		41		
68	3	4	2		58		
69	3	4	3		75	GAGNE	
70	3	4	4		92		

Énigme 4 : J'y croa pas

Dénombrement

Avec un peu de patience et beaucoup de rigueur (pour ne rien oublier), nous allons lister tous les nombres que peuvent former nos charmantes grenouilles, brillamment dompter par Fred.



1 239	30 209			
1 932	30 902	102 039	200 039	900 032
	32 900	109 032	209 030	902 030
2 139	32 109	132 009	230 009	930 002
2 930	39 102	139 002	239 000	932 000
	39 200			
9 132				
9 230				

On compte 24 nombres possibles différents, dont 16 sont pairs. La probabilité qu'Omar obtienne un nombre pair est égale à : $\boxed{p=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}}$

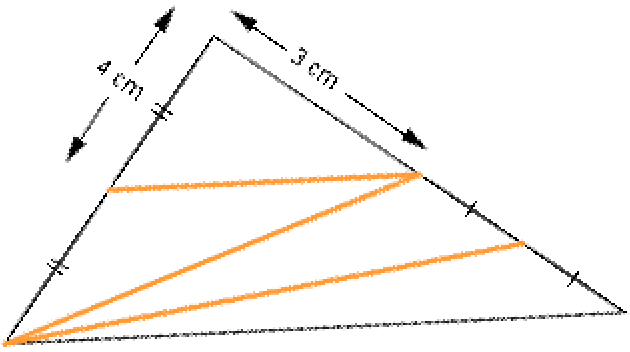
Énigme 5 : Y'a pas de Côaaaa !

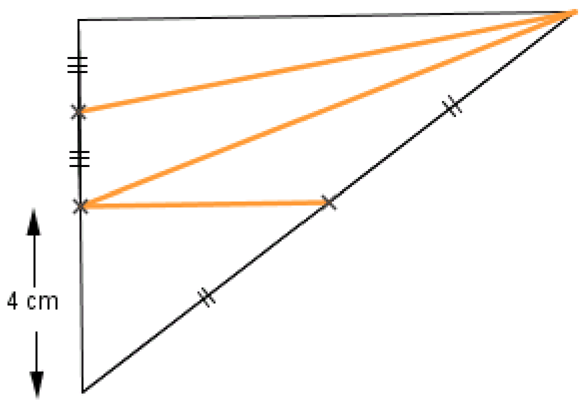
Géométrie :

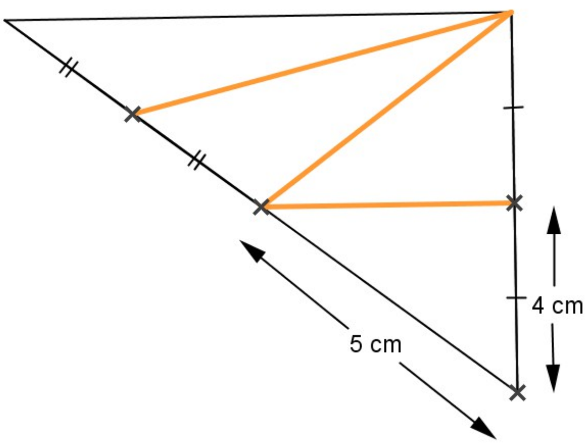
On peut partager un triangle en deux triangles de même aire en traçant tout simplement une **médiane**. En renouvelant cette opération dans les deux nouveaux triangles, on obtient quatre triangles d'aires identiques.

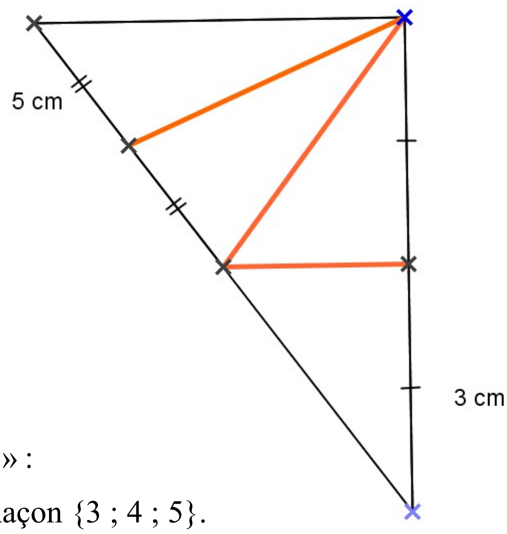
Il ne reste plus qu'à choisir les médianes et le sens des triangles pour former des « Z ».

Voici quelques exemples possibles pour l'emblème de Zermito.









On peut remarquer que Zermito a « le compas dans l'oeil » :

Le triangle {6 ; 8 ; 10} est proportionnel au triangle du maçon {3 ; 4 ; 5}.

Le triangle dans lequel il inscrit son « Z » est donc **un triangle rectangle**.

Énigme 6 : Téléshopping

Probabilité et arithmétique

Notons

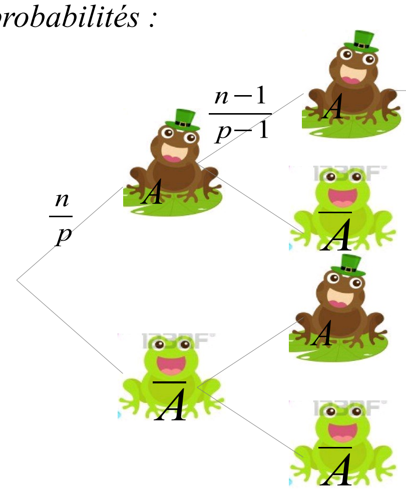
A : l'événement « voir une grenouille albinos »

$\overline{A}$: l'événement contraire

n : le nombre de grenouilles albinos

p : le nombre total de grenouille

Voici l'arbre pondéré des probabilités :



$$\frac{n(n-1)}{p(p-1)}=\frac{1}{2}$$

Il suffit de trouver deux entiers n et p qui

vérifient l'égalité : $n(n-1)=\frac{p(p-1)}{2}$

Après quelques multiplications, on trouve deux entiers solutions : n = 3 et p =4 .

G5 =F5*E5/2

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	n-1	n(n-1)		p	p-1	p(p-1)/2
2	1	0	0		1	0	0
3	2	1	2		2	1	1
4	3	2	6		3	2	3
5	4	3	12		4	3	6
6	5	4	20		5	4	10
7	6	5	30		6	5	15
8	7	6	42		7	6	21
9	8	7	56		8	7	28
10	9	8	72		9	8	36
11	10	9	90		10	9	45
12							

Avec un tableur, on peut rapidement étudier le nombre de solution.

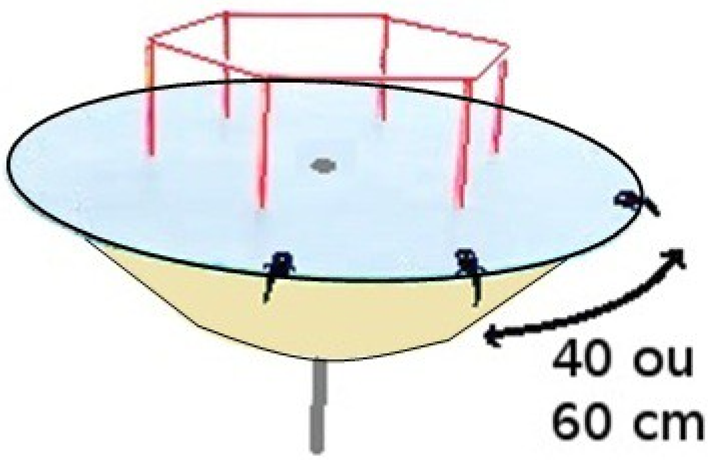
Que se passe-t-il s'il y a plus de 10 grenouilles ?

Dans la mare, il y a 4 grenouilles dont 3 albinos.

Énigme 7 : Révolution des têtards

arithmétique:

La circonférence du tourniquet est égale à 480 cm.
Les têtards sont espacés de 40 cm ou 60 cm.



n : nombre d'intervalles de 40 cm

p : nombre d'intervalles de 60 cm

Cherchons n et p tels que :

$$40 \times n + 60 \times p = 480$$

Deux têtards ne doivent pas être diamétralement opposés. Parmi les solutions de l'équation précédente, il faut éliminer celles où deux têtards seraient distants de 240 cm.

Examinons les 5 possibilités :

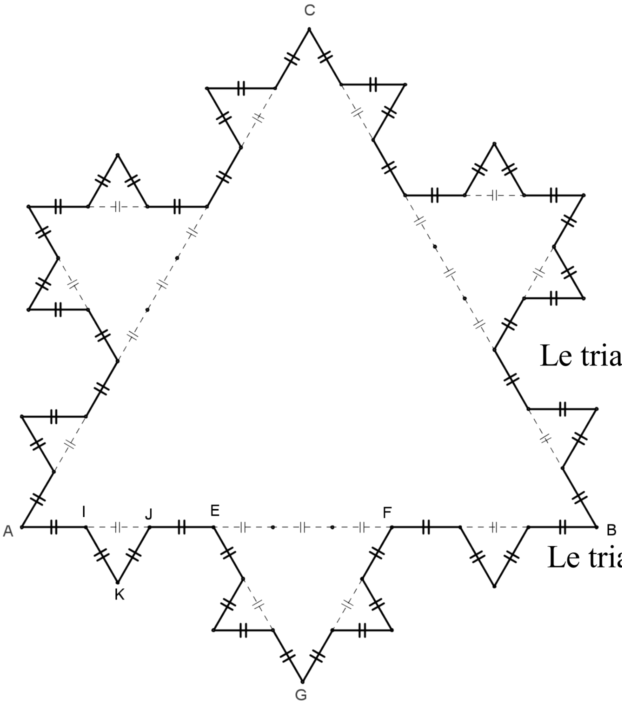
1. $480 = 40 \times 12 + 60 \times 0$ incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés »
2. $480 = 40 \times 9 + 60 \times 2$ ► Il y a 11 têtards sur le tourniquet.
3. $480 = 40 \times 6 + 60 \times 4$ incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés»
4. $480 = 40 \times 3 + 60 \times 6$ ► Il y a 9 têtards sur le tourniquet.
5. $480 = 40 \times 0 + 60 \times 8$ incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés»

Il y a deux solutions : 9 ou 11 têtards.

Énigme 8 :

Racine carrée et aire

Shérif, fais moi peur



La hauteur d'un triangle équilatéral

de côté c est égale à $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times c$

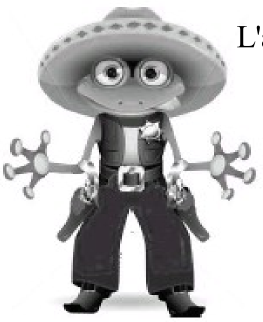
Son aire est $a_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times c^2=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

Le triangle EFG est une réduction du triangle ABC est rapport $\frac{1}{3}$

$$a_{EFG}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\times a_{ABC}=\frac{1}{9}\times a_{ABC}$$

Le triangle IJK est une réduction du triangle ABC est rapport $\frac{1}{9}$

$$a_{IJK}=\left(\frac{1}{9}\right)^2\times a_{ABC}=\frac{1}{81}\times a_{ABC}$$



L'aire de l'étoile du shérif est :

$$a_{étoile}=\left(1+\frac{3}{9}+\frac{12}{81}\right)\times a_{ABC}=\frac{40}{27}\times\frac{25\sqrt{3}}{4}$$

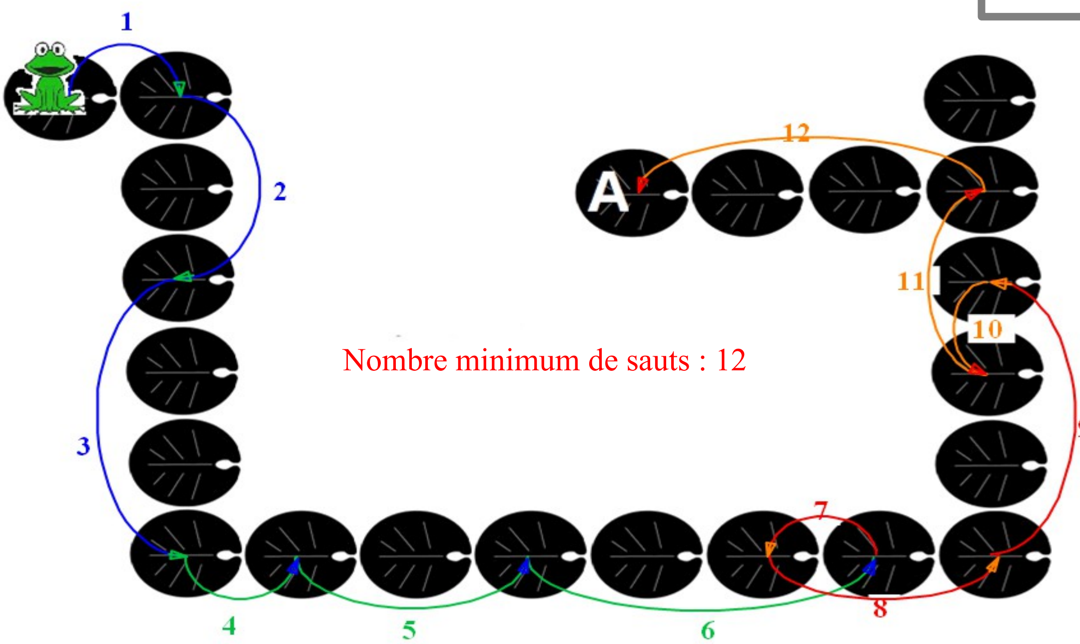
$$\boxed{a_{étoile}=\frac{250\sqrt{3}}{27}}$$

Les longueurs sont en cm et les aires en cm².

Énigme 9 :

Jeux et stratégie:

1, 2, 3 ... rainette



Énigme 10 : Tétris

Jeux et stratégie

université de Salamanque

En découpant les pièces du puzzle, tout le monde peut s'amuser à retrouver la citation d'Alphonse X Le sage.

Alphonse Le Sage

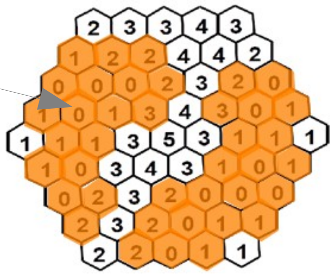
	D	I	E	U		A		C	R	E	E
	L	’	H	O	M	M	E		A	F	I
N		Q	U	’	I	L		S	’	A	D
O	N	N	E		A		D	E		N	O
M	B	R	E	U	X		J	E	U	X	.

Énigme 11 : Les z'oeufs sont faits

Jeux et stratégie

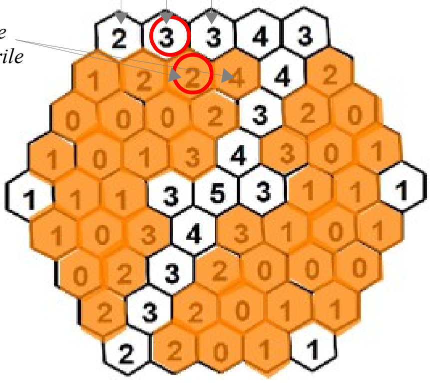
Colorions les œufs stériles :

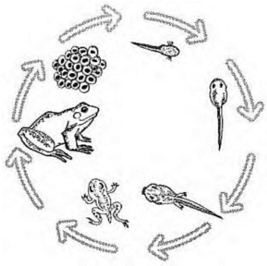
Toutes les cellules autour d'un zéro et contenant un zéro sont stériles :



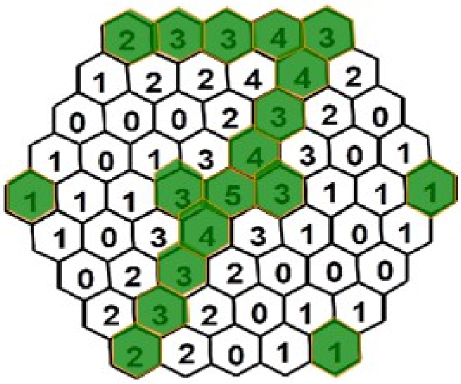
trois cellules fécondes

La cellule portant le chiffre « 4 » est stérile





Il ne reste plus qu'à colorier les œufs fécondés

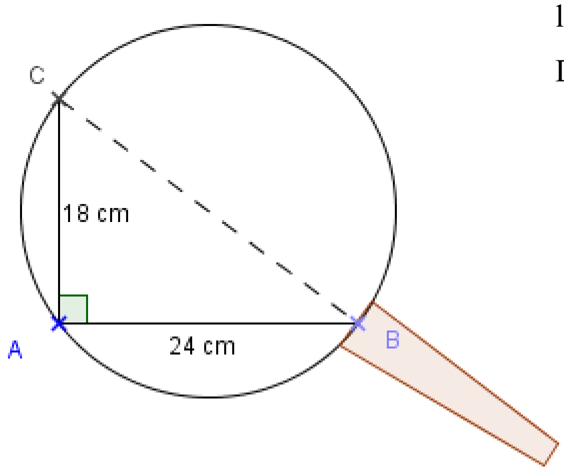


Énigme 12 : Les cuisses cuisent !

Géométrie :

Comment « Lucien le batracien » a-t-il pu se retrouver dans une casserole ?

- la casserole est représentée par un cercle ;
- les directions sont perpendiculaires.



Le triangle ABC, rectangle en A, a pour hypoténuse le diamètre de la casserole.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 24^2 + 18^2$$

$$BC = \sqrt{900} = 30$$

Le diamètre de la casserole mesure 30 cm.