Énigme 1 *(4 points)* Chipsy King

Arithmétique

Quelques remarques :

- les neufs chiffres {1;2;3;4;5;6;7;8;9}sont tous utilisés et n'apparaissent qu'une seule fois ;
- la somme de six entiers est un entier;
- on cherche un entier dont le carré est un entier à trois chiffres différents.

Listons les nombres entiers candidats :

$\sqrt{169}=13$ $\sqrt{361}=19$ $\sqrt{729}=27$

$\sqrt{196}=14$ $\sqrt{529}=23$ $\sqrt{784}=28$

$\sqrt{256}=16$ $\sqrt{576}=24$ $\sqrt{841}=29$

$\sqrt{289}=17$ $\sqrt{625}=25$ $\sqrt{961}=31$

$\sqrt{324}=18$

Il suffit maintenant de comparer la somme des six chiffres manquants avec la racine carrée :

Pour $\sqrt{169}=13$:

1 2 3 4 5 6 7 8
9

$2+3+4+5+7+8=29$

$29 \neq 13$ cette racine ne convient pas.

Une seule racine convient : $\sqrt{729}=27$

1 2 3 4 5 6 7 8 9

$1+3+4+5+6+8=27$

Solution :

j	e	u	c	h	i	p	s	y
7	2	9	1	3	4	5	6	8

Pour aller plus loin

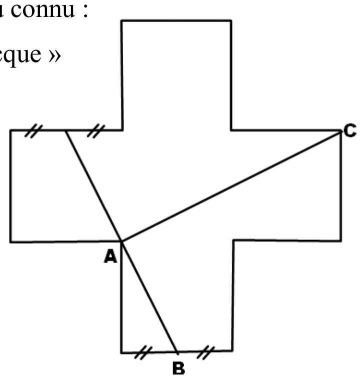
Pour aller plus loin

Combien y-a-t-il de solutions ?

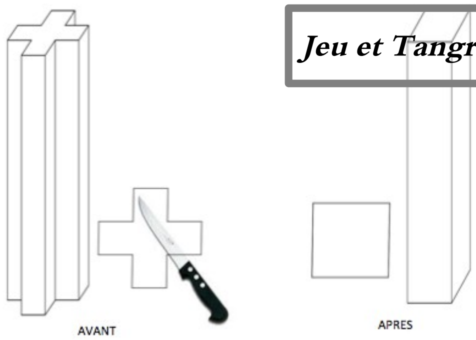
Énigme 2 *(6 points)* Pomme St André

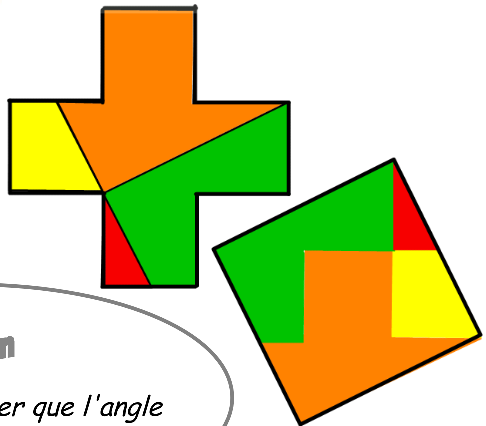
Jeu et Tangram

Le problème se ramène à un jeu connu :
« le tangram de la croix grecque »

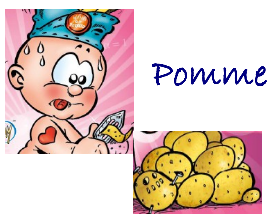


Voici deux coups de couteau qui conviennent :





Le glissement des pièces nous assure les alignements des points, les angles droits et l'égalité des longueurs.



Pomme St André

Pour aller plus loin

Pour aller plus loin

Démontrer que l'angle $\widehat{BAC}$ est égal à 90°.

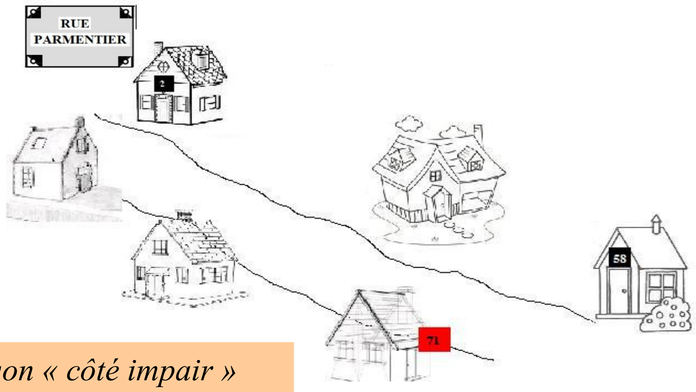
Énigme 3 *(3 points)* Rue Parmentier

Dénombrement

La $n^{\text{ième}}$ maison « côté pair » porte le numéro $2n$.

Il y a 29 maisons « côté pair » et 36 maisons « côté impair ».

La $n^{\text{ième}}$ maison « côté impair » porte le numéro $2n-1$.



Parmentier

Légumes avant l'amérique

La dernière maison « côté impair » porte donc le numéro 71.

Énigme 4 *(6 points)* Note salée

Algèbre

La « mise en équations » ne nous permet pas d'obtenir une solution rapidement (2 équations et 4 inconnues).

Essayons d'organiser les recherches.

Le nombre de sachets de chips aux crevettes est un nombre PAIR.

	A	B	C	D	E	F
1		2 sachets	4 sachets	6 sachets	8 sachets	10 sachets
2	prix des chips aux crevettes	9,50 €	19,00 €	28,50 €	38,00 €	47,50 €
3	reste du chariot	41,20 €	31,70 €	22,20 €	12,70 €	3,20 €

Nicola ne peut pas avoir 10 sachets de chips aux crevettes dans son chariot *(il ne lui reste que 3,20 € pour les trois autres produits).*

Si Nicola a 8 sachets de chips aux crevettes dans son chariot, la seule façon de répartir les 12,70 € est donnée par :

chips natures	frites surgelées	'patatoes'	chips aux crevettes
3	0	1	8

→ $3+0+1+8=12$

Il y a 13 articles dans le chariot et au moins un sachet de frites !

Avec 6 sachets de chips aux crevettes, il faut répartir 22,20 €.

On cherche des regroupements pour obtenir 20 centimes :

$3{,}80+2\times2{,}20=8{,}20$

$4\times3{,}50 = 14$

Avec 4 sachets de chips aux crevettes, il faut répartir 31,70 €.

Pour obtenir 70 centimes :

$3{,}80+2\times2{,}20+3{,}50=11{,}70$

$4\times3{,}50 = 14$

$3{,}80 + 2{,}20=6$

$2{,}20+3{,}50=5{,}70$

$5\times3{,}80 = 19$

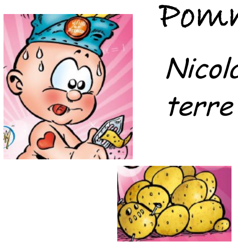
$2\times3{,}50 = 6$

Total : 14 articles !

Il y a 2 solutions :

3,50 €	3,80 €	2,20 €	4,75 €
chips natures	frites surgelées	'patatoes'	chips aux crevettes
4	1	2	6
3	5	1	4

Une seule était attendue.



Pomme de terre Nicola

Nicola est une variété de pomme de terre demi-précoce, à chair jaune.

Elle est appréciée en pomme vapeur, au four et en gratin.

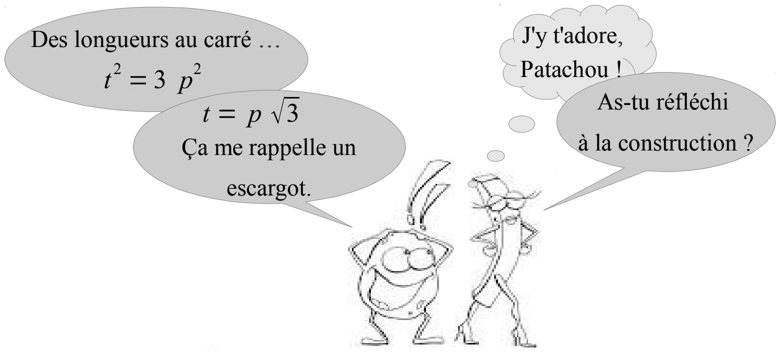
Pour aller plus loin

Avec un tableur, prouver que cette énigme possède exactement 2 solutions.

Énigme 5 *(8 points)* Sans patate !

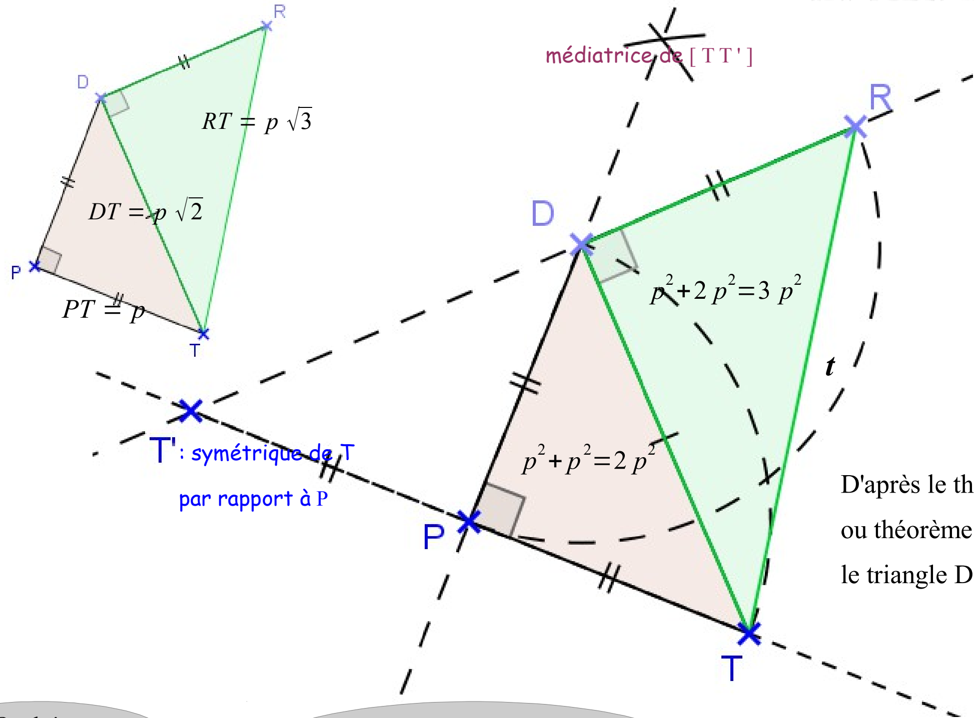
Géométrie :
Pythagore et construction

Les constructions se font
à la règle non graduée
et au compas.

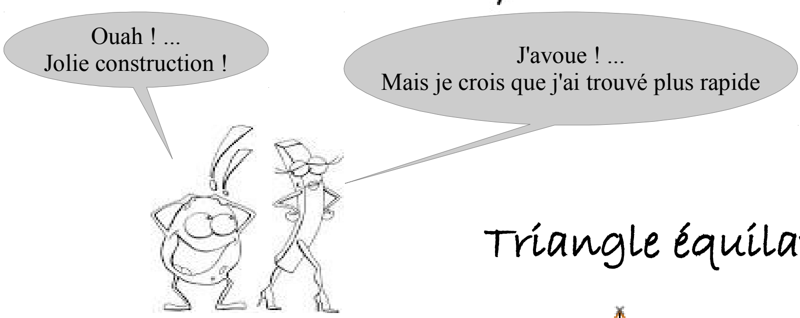


L'escargot de Pythagore

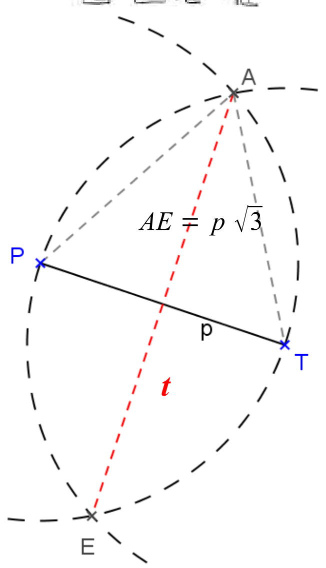
Énigme 10, Rallye 2012

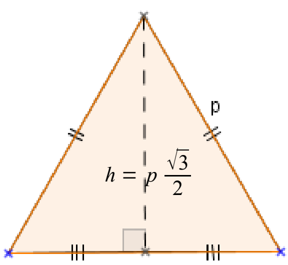


D'après le théorème « de la médiane » ou théorème du « cercle circonscrit », le triangle DTT' est rectangle en D.



Triangle équilatéral





Dans un triangle équilatéral de côté p,
la hauteur est égale à $p\ \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Pour aller plus loin

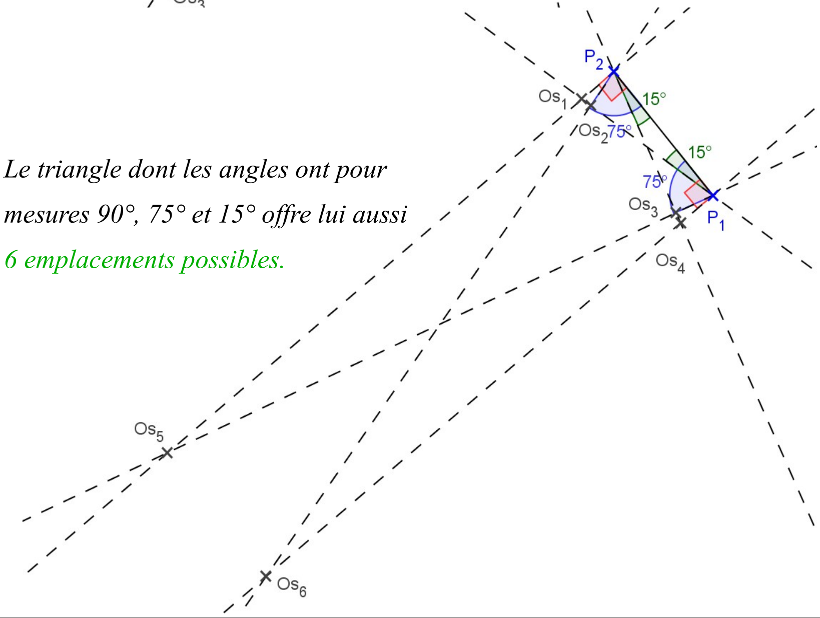
Construire la diagonale d'un cube d'arête p

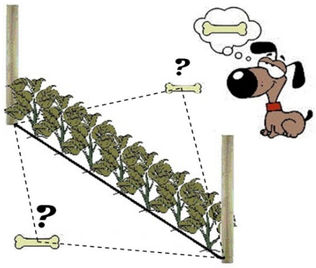
Énigme 6 *(5 points)* Tomber sur un os

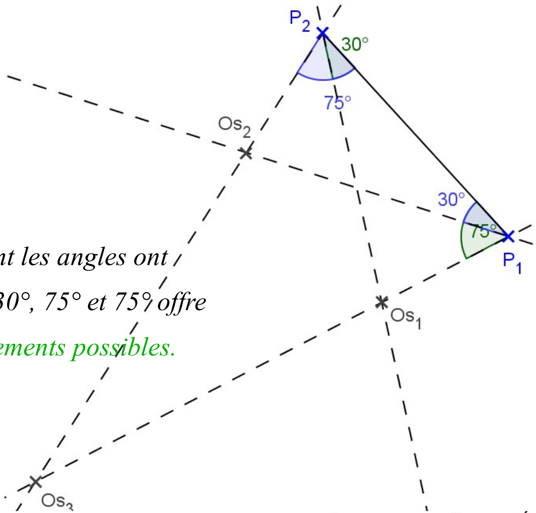
Géométrie : *triangle et angles*

La somme obtenue en additionnant les mesures des trois angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

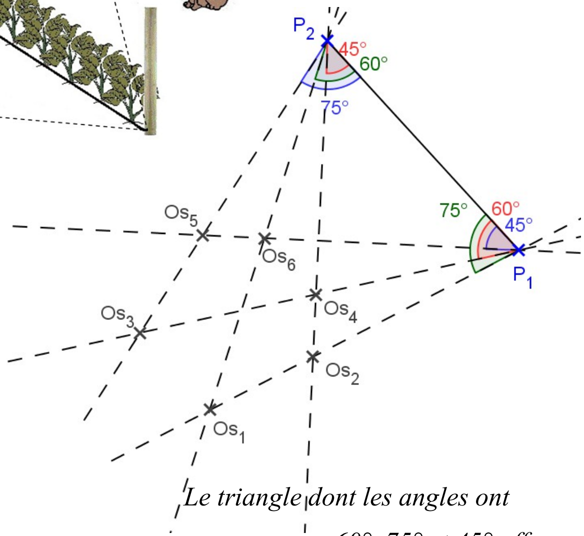
Les multiples de 30 inférieurs à 105 sont : 30 ; 60 et 90.







Le triangle dont les angles ont pour mesures 30°, 75° et 75° offre déjà 3 emplacements possibles.



Le triangle dont les angles ont pour mesures 60°, 75° et 45° offre alors 6 emplacements possibles.

Le triangle dont les angles ont pour mesures 90°, 75° et 15° offre lui aussi 6 emplacements possibles.

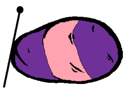
Total (sans oublier la symétrie) :
$(6+6+3)\times 2 = 30$

Mathaplan devrait creuser au plus **30 trous** avant d'être récompensé .

Énigme 7 *(3 points)* Patatonie Go !

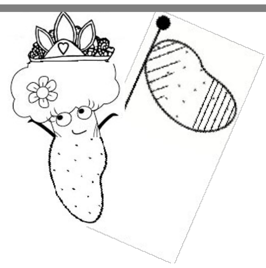
Dénombrement

Drapeaux possibles :



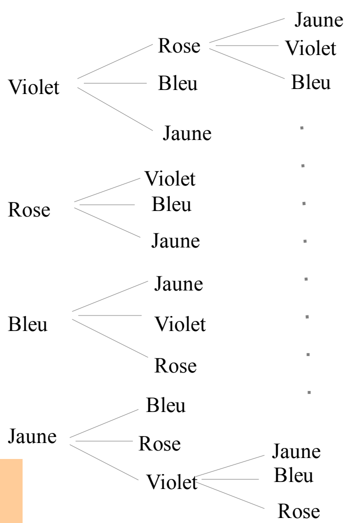
Drapeau à deux couleurs

Trois couleurs différentes



Drapeau impossible :

On peut représenter les différents agencements de couleurs par un arbre :



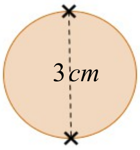
Nombre de combinaisons : $4\times3\times3=36$

Notre princesse *Rosabelle* a le choix parmi **36 drapeaux** différents.

Énigme 8 *(5 points)* Original tubercule

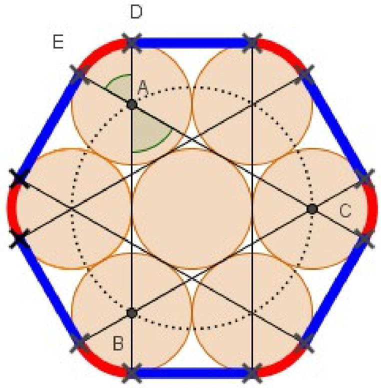
Géométrie :
Périmètre et partage

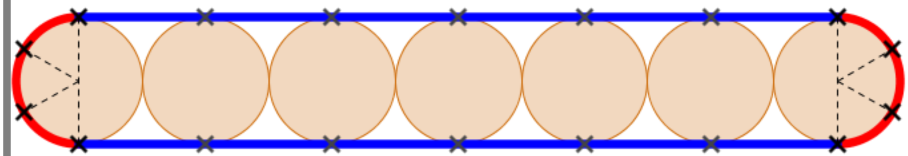
Pomme de terre « grenaille » de diamètre 3 *cm*.



Dans les deux configurations nous trouvons 6 arcs de cercles *(en rouge)* de même longueur.

Le triangle ABC est un triangle équilatéral, donc $\widehat{BAC} = 60°$ et par conséquent, l'angle opposé par le sommet : $\widehat{EAD} = 60°$

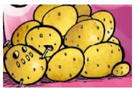




La disposition en longueur compte 12 segments de longueurs 3*cm* *(en bleu)*, alors que la disposition circulaire n'en compte que 6.

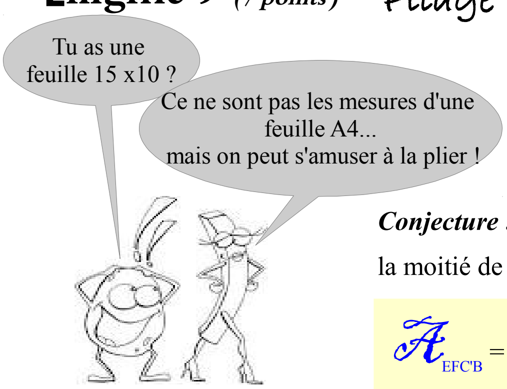
La disposition circulaire permet de gagner 18*cm* de ruban.

tubercule rhizome stolon

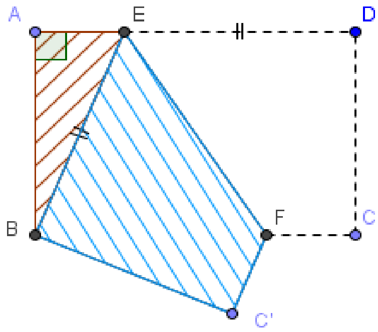


Énigme 9 *(7 points)* Pliage croustillant

Aire , Pythagore, identité remarquable, résolution d'équation et symétrie centrale



L'aire du pentagone AEFC'B est égale à la somme de l'aire du quadrilatère EFC'B et de l'aire du triangle AEB.



Conjecture : L'aire du quadrilatère EFC'B est égale à la moitié de celle du rectangle ABCD, c'est à dire :

$$\mathcal{A}_{\text{EFC'B}} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{\text{ABCD}} = \frac{1}{2}\times 10\times 15 = 75\ cm^2$$

Déterminons l'aire du triangle AEB ; pour cela calculons la longueur AE.

D'après le pliage : $EB = ED = 15 - AE$

A présent, appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AEB.

$$BE^2 = AB^2 + AE^2$$
$$(15 - AE)^2 = 10^2 + AE^2$$
$$225 - 30AE + AE^2 = 100 + AE^2$$
$$AE = \frac{25}{6}$$

Pour aller plus loin
Démontrer la conjecture

Donc l'aire du triangle rectangle AEB est égale à :

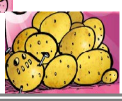
$$\mathcal{A}_{\text{AEB}} = \frac{1}{2}\times 10\times\frac{25}{6} = \frac{125}{6}\ cm^2$$

L'aire du pentagone est donc égale à

$$\mathcal{A}_{\text{AEFC'B}} = 75 + \frac{125}{6} = \frac{575}{6}\ cm^2$$

La pomme de terre Bintje est plutôt utilisée pour les frites.

croustillant



paté de pomme de terre

Énigme 10 *(5 points)* C.H.I.P.S. grillées

Critères de divisibilité

1. En V2 : $51 = 3 \times C$

$C = 17$

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
H1	3	5				
H2		4	1	6	5	
H3	2					
H4						
H5		5				
H6		1	4			

2. A l'aide de H1 $P = 3\_$ et H2 , $7 \times 17 \times 3\_ = \_\,\_\,\_\,5$

on en déduit que P est divisible par 5:

d'où $P = 35$

3. En H6 $\_14 = 9(17 + H)$

divisible par 9 → $414 = 9(17 + H)$ d'où $H = 29$

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
H1	3	5				
H2		4	1	6	5	
H3	2	9				
H4			3			
H5		5	6			
H6	4	1	4			

4. En V2 : $549 = 9(29 + I)$

d'où $I = 32$

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
H1	3	5				
H2		4	1	6	5	
H3	2	9				
H4	7		3			
H5	8	5	6			
H6	4	1	4			

5. En H5 : $856\_ = 9 \times 17 \times S$

divisible par 9

$8568 = 9 \times 17 \times S$

d'où $S = 56$

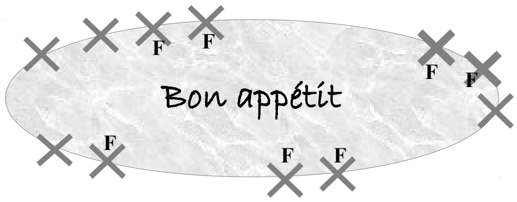
Solution :

C	H	I	P	S
17	29	32	35	56

Énigme 11 *(5 points)* Purée ! J'ai la frite ...

Stratégie

Formalisation de problème



Regroupons les informations dans un tableau à double-entrée :

... a à sa droite...	*amateur de frites*	*amateur de « potatoes »*	***total***
amateur de frites	*7*	*12*	***19***
amateur de « potatoes »	$\frac{3}{4}P$	$\frac{1}{4}P$	***P***
total	***19***	***P***	

Il y a au total 19 amateurs de frites.

A partir de la deuxième colonne de ce tableau, on obtient l'équation : $7 + \frac{3}{4}P = 19$

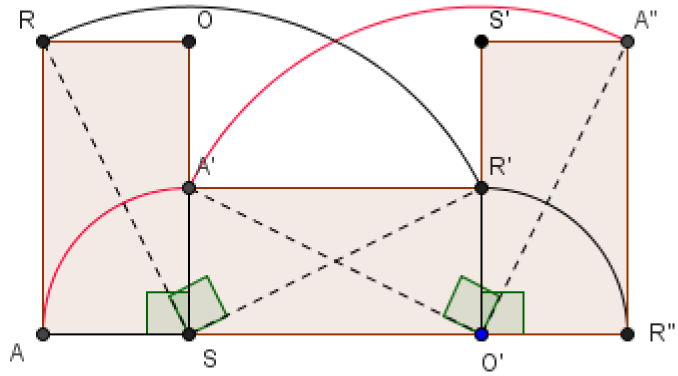
D'où : $P = 16$

Solution : *Il y a 35 gagnants autour de la table.*

Énigme 12 *(6 points)* Patat'rahhhhhhh !

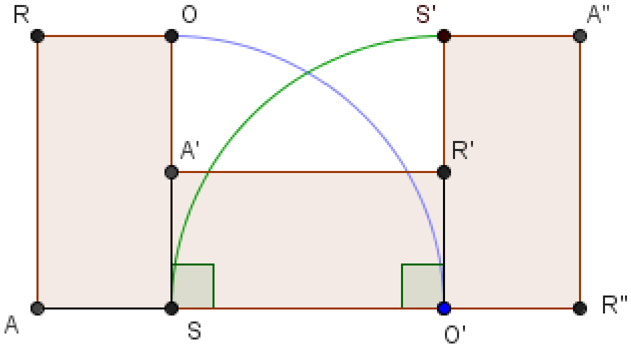
Pythagore, racines carrées, périmètre, valeurs exactes

Les chemins que parcourent les points R et A sont de la même longueur. Il s'agit de la longueur de deux quarts de cercle, l'un de rayon 0,8 mètre et l'autre de rayon $\sqrt{4{,}64}$ mètres (longueur d'une diagonale dans le rectangle de dimensions 2 et 0,8 mètres).



$$0{,}8 = \frac{4}{5} \qquad \sqrt{4{,}64} = \frac{2\sqrt{29}}{5}$$

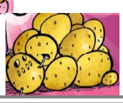
Donc la longueur de ce chemin est égale à $\frac{1}{4}\left(2\pi\times\frac{4}{5} + 2\pi\times\frac{2\sqrt{29}}{5}\right) = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{4}{5} + \frac{2\sqrt{29}}{5}\right)$



Les chemins que parcourent les points O et S sont de la même longueur. Il s'agit de la longueur d'un quart de cercle de rayon 2 mètres.

Cette longueur est plus petite que celle d'un quart de cercle de rayon $\sqrt{4{,}64} = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

Donc la longueur cherchée est égale à $\frac{1}{2}\pi\left(0{,}8 + \sqrt{4{,}64}\right) = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{4}{5} + \frac{2\sqrt{29}}{5}\right)$ mètres.



Pomme de terre Jeannette

Variété précoce

Peau rose orangé et chair jaune, elle est polyvalente en cuisine.