Énigme 1 *(3 points)* — Festives Dettes

Relever des informations

Amusons-nous à regrouper les informations dans un tableau puis à le compléter.

	a mangé	a donné à Sergii	a préparé
Oleg	4		7
Nathalia	4		
		4	12

Sergii donne 5,25 € à Oleg. Cette somme correspond au prix de 3 sandwichs.

Sergii doit le prix d'un sandwich à Nathalia, soit la somme de **1,75 €.**

Énigme 2 *(5 points)* — Des Clowns rient

Stratégie

On cherche un couple dont la somme et la différence sont obtenus d'au moins deux façons différentes.
Zavatta et Krusty ont mémorisé la table des sommes et celle des différences.

somme	4	11	15	18	25
4	8				
11	15	22			
15	19	26	30		
18	22	29	33	36	
25	29	36	40	43	50

différence	4	11	15	18	25
4	0	-7	-11	-14	-21
11	7	0	-4	-7	-14
15	11	4	0	-3	-10
18	14	7	3	0	-7
25	21	14	10	7	0

Donc les deux nombres sont **18 et 11.**

Énigme 3 *(3 points)* — Queue de 2

Arithmétique

Pour qu'un nombre entier écrit uniquement avec des chiffres 2 soit divisible par 9, il faut que le nombre de 2 soit un multiple de 9.

Critère de divisibilité par 9 !

$\underbrace{222\,222\,222}_{9}$ .... $\underbrace{2...2}_{9}$ .... $\underbrace{222222222}_{9}$

Le plus petit est donc constitué de 9 chiffres 2 .

La calculatrice ne permet pas de calculer un nombre plus grand !

$$\underbrace{222\,222\,222}_{9} = 9 \times 24\,691\,358$$

Le nombre cherché est **24 691 358.**

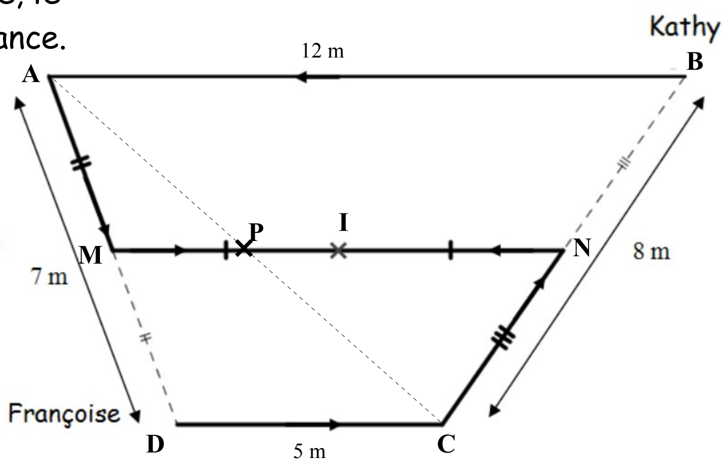
Énigme 4 *(6 points)*

Théorème des milieux et proportionnalité

Top départ

L'allure de nos deux cavalières étant régulière, le temps du parcours est proportionnel à la distance.

Pour déterminer les distances des deux parcours, il suffit de trouver MN.



En utilisant le théorème des milieux dans les triangles ABC et ACD et on prouve que les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
D'où MN = MP + PN (avec P milieu de [AC])

$$MN = \frac{AB+DC}{2} = \frac{5+12}{2} = 8{,}5\ m$$

On peut également montrer ce résultat par des égalités d'aires. médiane d'un trapèze

$$d_{Kathy} = BA + AM + \frac{MN}{2} = 12 + \frac{7}{2} + \frac{8{,}5}{2} = 19{,}75\ m$$

$$d_{Françoise} = DC + CN + \frac{MN}{2} = 5 + \frac{8}{2} + \frac{8{,}5}{2} = 13{,}25\ m$$

Distance parcourue (en m)	12	19,75
Temps (en s)	10	t_{Kathy}

Distance parcourue (en m)	5	13,25
Temps (en s)	4	$t_{Françoise}$

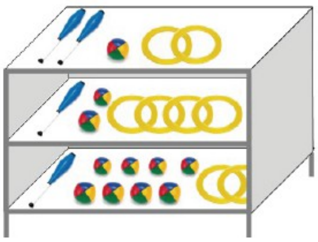
$$t_{Kathy} = \frac{19{,}75 \times 10}{12} \simeq 16{,}46\ s$$

$$t_{Françoise} = \frac{13{,}25 \times 4}{5} = 10{,}6\ s$$

Kathy doit partir environ **6 secondes** avant Françoise.

Énigme 5 *(4 points)* Un Rangement pesant …

Équation et système



Soit a la masse d'un anneau, b la masse d'une balle et m la masse d'une massue (en kg).

Si les trois étagères supportent la même masse, cette masse est $12{,}6 \div 3$ soit $4{,}2$.

On obtient les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} (1)\ 2a + b + 2m = 4{,}2 \\ (2)\ 4a + 2b + m = 4{,}2 \\ (3)\ 2a + 8b + m = 4{,}2 \end{cases}$$

$(1) \xrightarrow{\times 2} 4a + 2b + 4m = 8{,}4$

$(2) \longrightarrow - \quad 4a + 2b + m = 4{,}2$

$$3m = 4{,}2$$

D'où : $m = \dfrac{4{,}2}{3} = 1{,}4$

En remplaçant m par 1,4 dans (1) et (3), on obtient :

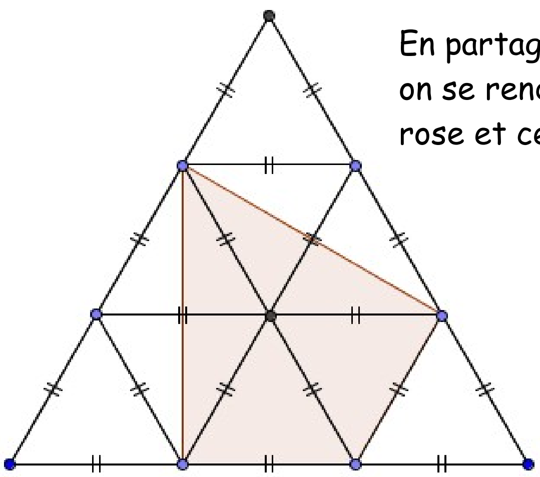
$$\begin{cases} 2a + 8b = 2{,}8 \\ 2a + b = 1{,}4 \end{cases} \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 2a + 8b = 2{,}8 \\ -\quad 2a + b = 1{,}4 \\ \hline 7b = 1{,}4 \end{array}$$

D'où : $b = \dfrac{1{,}4}{7} = 0{,}2$

Puis : $a = 0{,}6$

Énigme 7 *(5 points)* Blanche à découper

Aire et géométrie



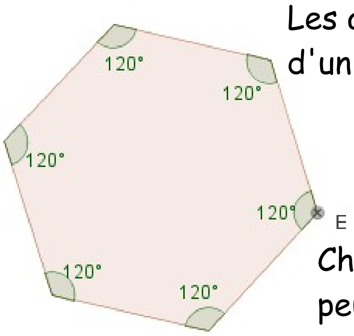
En partageant ce triangle en 9 triangles équilatéraux identiques, on se rend compte que la surface de 4 triangles est peinte en rose et celle de 5 triangles doit être peinte en blanc.

	Nombre de triangles	Quantité de peinture (en cL)
Rose	4	12
Blanc	5	

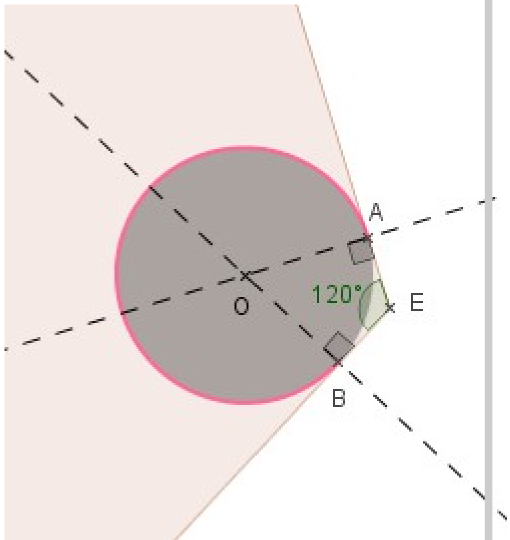
Il faut donc : $\dfrac{12 \times 5}{4} = \mathbf{15\ cL}$ de peinture blanche.

Énigme 6 *(6 points)* **Le pot aux roses**

Polygones réguliers, angles et aires

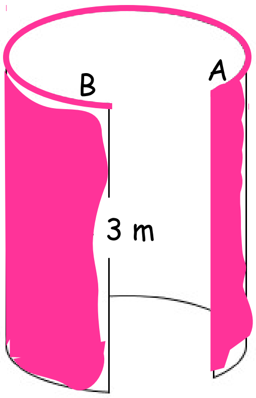


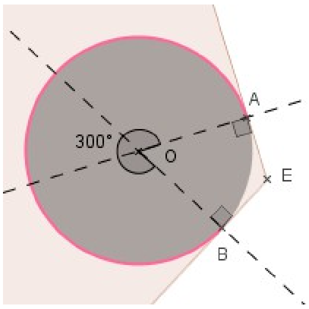
Les angles entre deux côtés consécutifs d'un hexagone régulier mesurent 120°.



Chaque poteau est tangent à la toile. On peut donc déterminer tous les angles du cerf-volant AOBE : $\widehat{AOB} = 60°$

Pour calculer la surface d'un poteau à peindre, il faut déterminer la longueur du grand arc AB. Cette longueur est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre.





Mesure de l'angle au centre (en degré)	360	300
Longueur de l'arc (en cm)	$15 \times \pi$	l

$$l = \frac{15 \times \pi \times 300}{360} = 12{,}5\ \pi$$

$$Surface\ d'un\ poteau\ (à\ peindre) = 300 \times 12{,}5\ \pi = 3\ 750\ \pi\ \ cm^2$$

Il y a 6 poteaux : $Surface\ totale\ (à\ peindre) = 6 \times 3\ 750\ \pi = \mathbf{22\ 500\ \pi\ \ cm^2}$

Énigme 8 *(4 points)* **Quotient indélectuel**

Dénombrement et diviseur

$$P(gagner) = \frac{nombre\ de\ tirages\ gagnants}{nombre\ de\ tirages\ possibles}$$

On a 36 = 6 x 6 tirages possibles.

Pour obtenir un nombre entier, il faut que le dénominateur divise le numérateur.

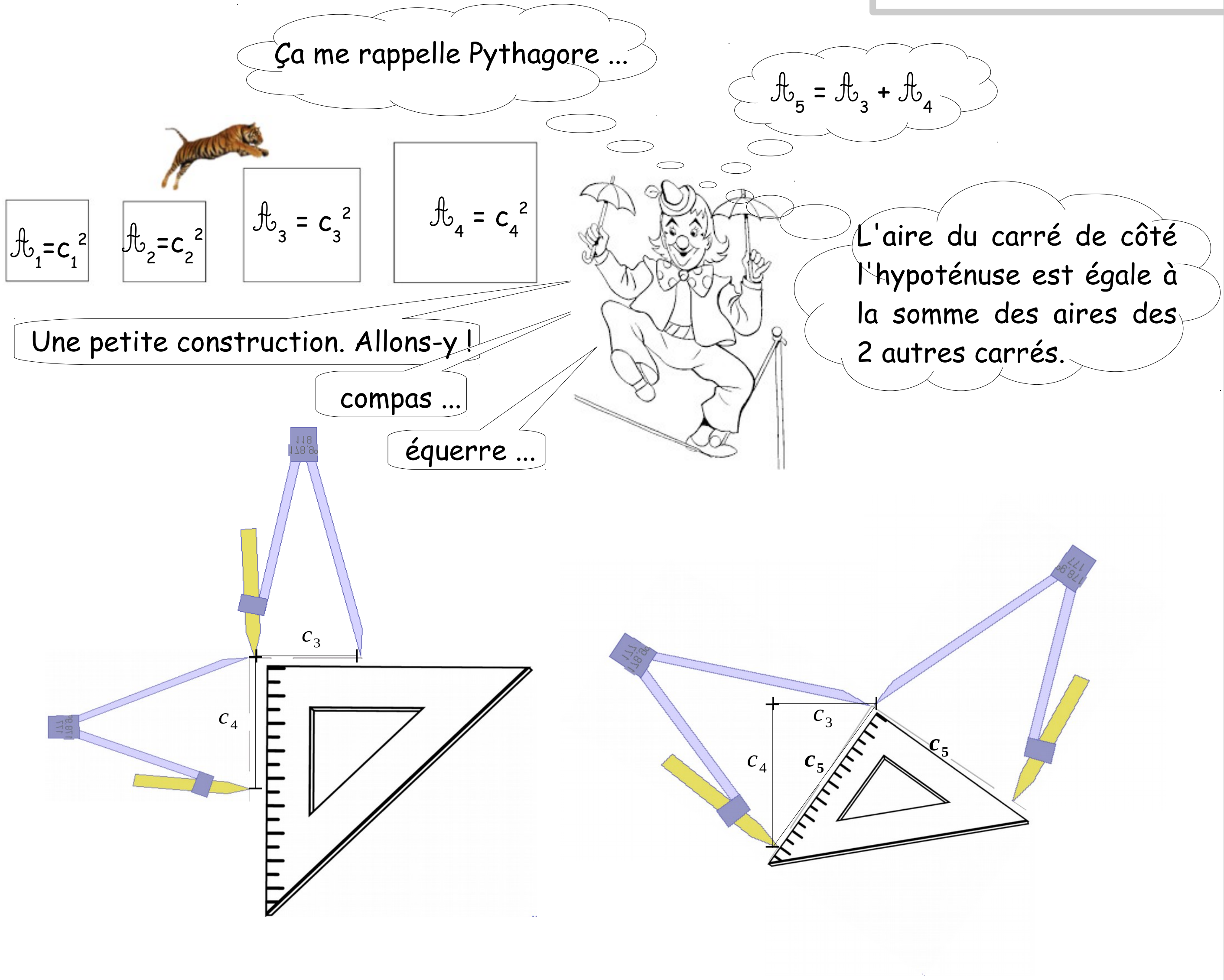
6 est divisible par : 6 ; 3 ; 2 et 1
5 est divisible par : 5 et 1
4 est divisible par : 4 ; 2 et 1
3 est divisible par : 3 et 1
2 est divisible par : 2 et 1
1 est divisible par : 1

On a donc 14 possibilités de gagner.

La probabilité de gagner est donc $\mathbf{P(gagner) = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}}$

Énigme 9 *(5 points)* **Pythabonacci**

Construction et Pythagore



Le 4ème sommet de ce carré s'obtient au compas.

Énigme 10 *(4 points)* **Magique système**

Cryptarithme

	L	A	P	I	N
+	M	A	G	I	E
E	N	I	G	M	E

1ère idée : N = 0

et E = 1

	L	A	P	I	O
+	M	A	G	I	1
1	0	I	G	M	1

2ème idée : P = 9

et $I \geqslant 5$

On se rend compte que I ne peut prendre que la valeur 7.

	6	3	9	7	0
+	4	3	G	7	1
1	0	7	G	4	1

Comme l'addition doit comporter au moins un 2 : G = 2 .

Il reste deux solutions :

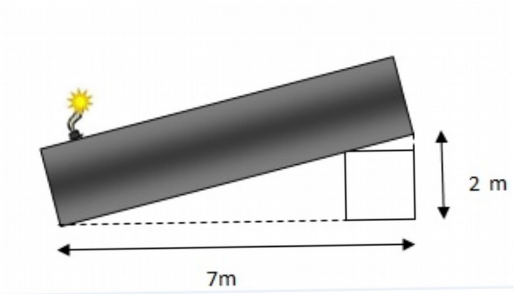
A	E	G	I	L	M	N	P
3	1	2	7	6	4	0	9

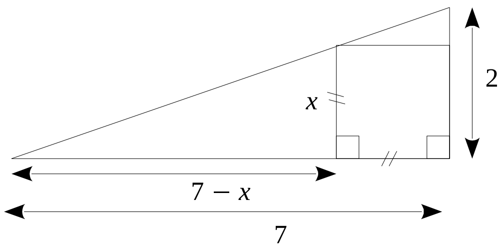
A	E	G	I	L	M	N	P
8	1	2	7	3	4	0	9

Énigme 11 *(5 points)*

L'homme trop canon

Thalès et équation





Soit x la longueur du côté du carré en mètre.

Dans la configuration de Thalès où les 2 droites sont verticales, on a : $\dfrac{7-x}{7} = \dfrac{x}{2}$

Les égalités des produits en croix donnent l'équation : $2\left(7-x\right) = 7x$

D'où : $9x = 14$

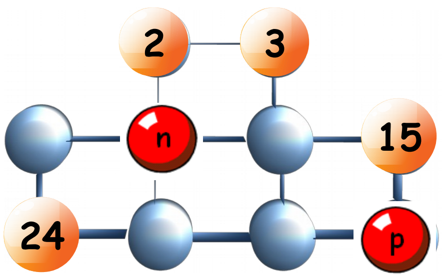
$\boxed{\text{donc} \quad \boldsymbol{x = \dfrac{14}{9}\ m}}$

Énigme 12 *(5 points)*

Et un et deux et croix zéro !

Arithmétique

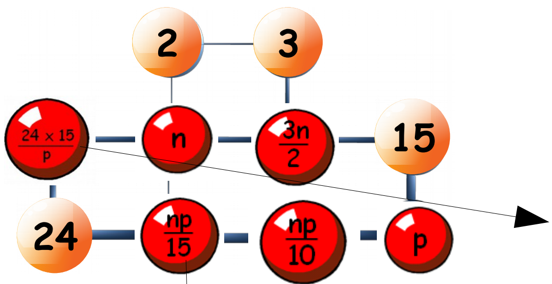
Notons n et p les numéros de ces deux balles.



Pour que tous ces nombres soient des nombres entiers :

* n doit être divisible par 2
* p doit être divisible par 5
* p doit diviser 360 (360 = 24 x 15).

On en déduit les expressions de cette deuxième grille.



De plus, les numéros sont inférieurs à 25 .

Donc $\dfrac{24\times15}{p} \leqslant 25 \qquad p \geqslant \dfrac{24\times15}{25}$

$$15 \leqslant p \leqslant 25$$

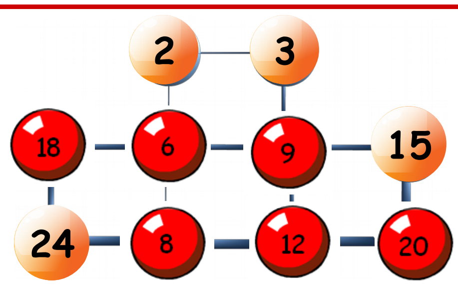
Les seuls multiples de 5 compris entre 15 et 25 qui divisent 360 sont 15 et 20. La balle portant le numéro 15 est déjà placée.

Donc $p = 20$

$$\frac{np}{15} = \frac{4n}{3}$$

* n doit être divisible par 3 donc par 6.

Pour n = 12, la balle 18 apparaît 2 fois ;
n = 18 est trop grand.



Une **seule** grille solution