				points
1	**Molky à moustaches**	Aires, probabilités et programmation avec Scratch	*modéliser, calculer*	7
2	**La passiflore**	Géométrie : patron et développement + Pythagore	*modéliser, calculer*	5
3	**Tangram**	Géométrie : représenter	*représenter*	3
4	**Labyrinthe de la BD**	Jeu de logique	*raisonner*	3
5	**Des mains inconnues**	Équation	*chercher, raisonner, calculer*	5
6	**Matt Démonn**	Arithmétique, probabilité	*calculer*	4
7	**Dans le mille Emile !**	Arithmétique	*démarche d'investigation*	6
8	**Frise**	Triangles semblables, Thalès et fractions	*modéliser, calculer*	6
9	**Trakazu**	Jeu de logique	*raisonner*	4
10	**En voiture**	mise en équation	*représenter les informations*	5
11	**Shadok**	aire, trigonométrie et proportionnalité	*modéliser, calculer*	8
12	**Les dés**	Jeu et représentation dans l'espace	*représenter*	4

Question subsidiaire :

Voici les 6 façons différentes de décomposer 2019 en une somme de 3 carrés de nombres premiers :

$31^2 + 23^2 + 23^2 = 2019$

$37^2 + 19^2 + 17^2 = 2019$

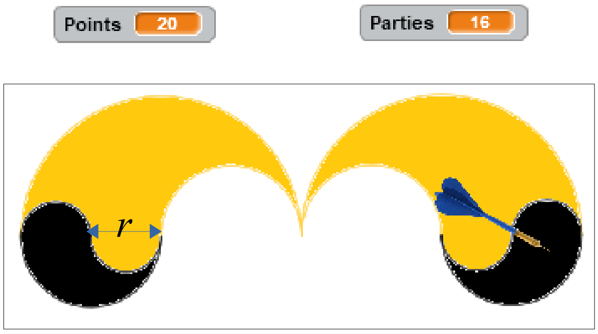
$37^2 + 23^2 + 11^2 = 2019$

$41^2 + 13^2 + 13^2 = 2019$

$41^2 + 17^2 + 7^2 = 2019$

$43^2 + 11^2 + 7^2 = 2019$

Énigme 1 : Molky à moustache



Lorsque Christophe appuie sur la barre d'espace la flèche apparaît aléatoirement dans le rectangle. La partie ne compte que si la flèche touche la partie jaune ou la partie noire du dessin.
La probabilité qu'elle touche la partie noire est proportionnelle à son aire.

Par découpage et par regroupement, on trouve en fonction de r,
l'aire de la partie noire : $\mathcal{A}_N = \pi r^2$; l'aire de la partie jaune : $\mathcal{A}_J = \pi (2r)^2 - \pi r^2 = 3 \pi r^2$

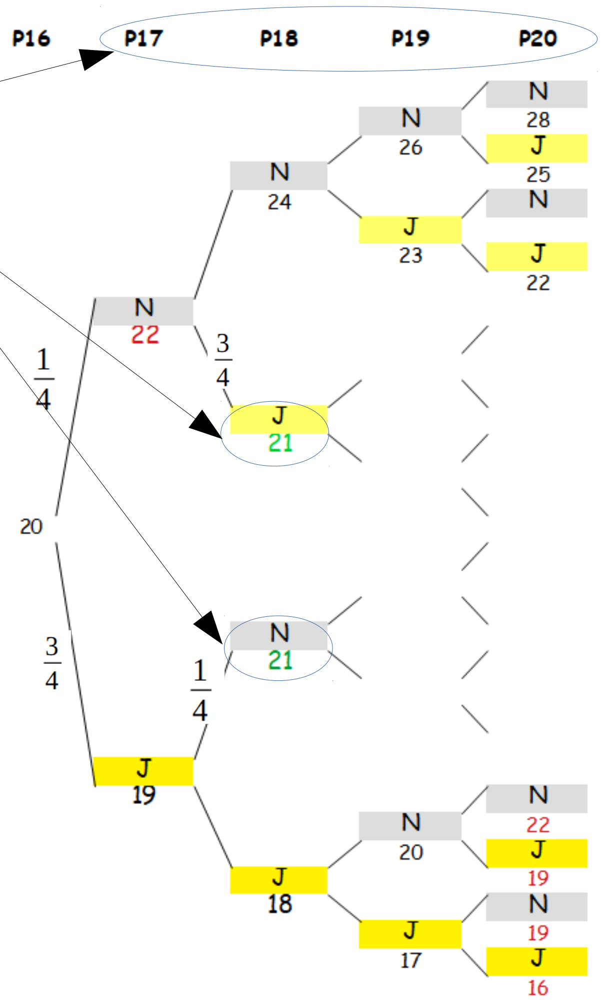
puis l'aire totale de la cible : $\mathcal{A}_{Totale} = \mathcal{A}_N + \mathcal{A}_J = 4 \pi r^2$

Voici le tableau des issues et des probabilités associées :

$$P(perdre\ 1pt) = \frac{\mathcal{A}_J}{\mathcal{A}_{Totale}} = \frac{3 \pi r^2}{4 \pi r^2} = \frac{3}{4}$$

issue	Perdre 1 point la flèche atteint la partie jaune	Gagner 2 points la flèche atteint la partie noire
probabilité	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

Pour gagner, Christophe peut jouer encore 4 parties et doit obtenir 21 points.

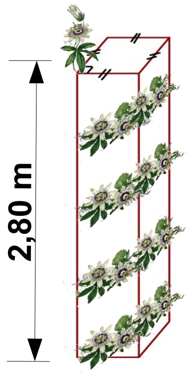


D'après l'arbre illustrant toutes les situations possibles, il n'y a que deux façons de gagner :
(Noire, Jaune) ou (Jaune, Noire).

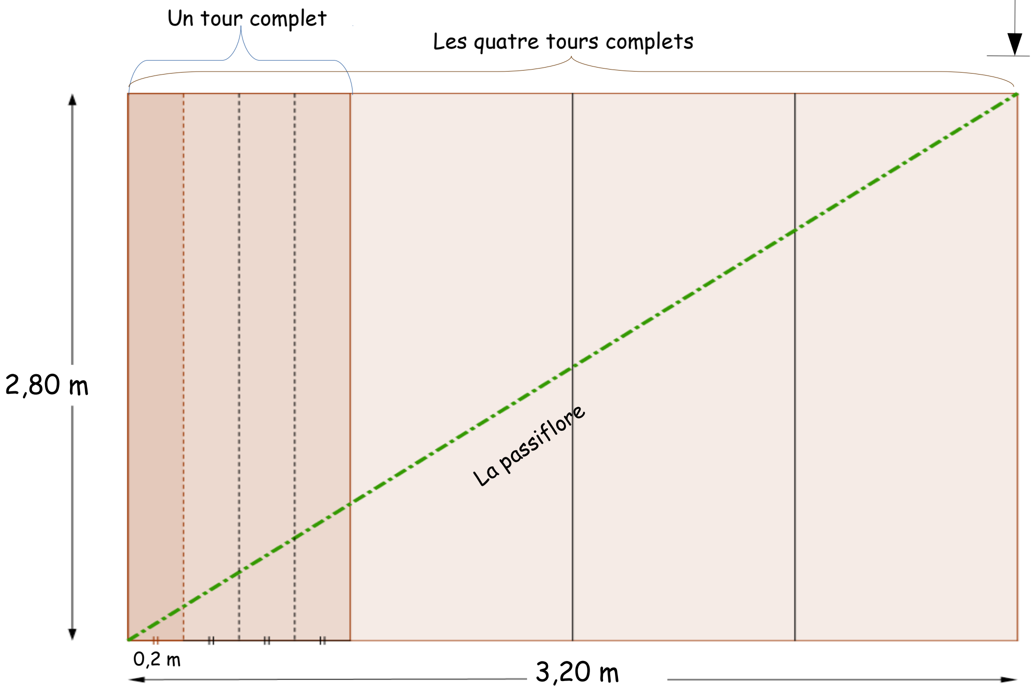
Donc la probabilité de gagner est égale à :

$$\boxed{P(gagner) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}}$$

Énigme 2 : La passiflore magique



On sait que la passiflore s'est enroulée de façon **très régulière** autour d'un poteau parallélépipédique dont la base est un carré de côté 20 cm. Elle effectue quatre tours complets pour gravir les 2,80 mètres de hauteur. Voici, sur une surface plane, la représentation du 'trajet' de cette plante.



Pour déterminer l : la longueur (en mètre) d'enroulement de la passiflore, il suffit de trouver la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3,20 m et 2,80 m.

D'après le théorème de Pythagore : $l^2 = 3{,}2^2 + 2{,}8^2$

$l = \sqrt{18{,}08}$

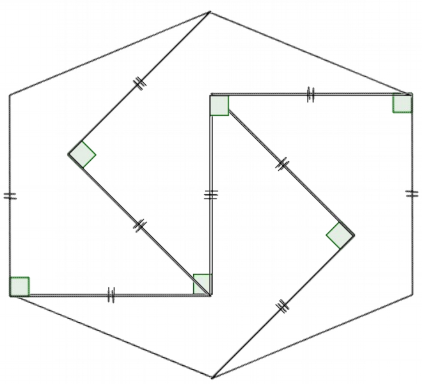
$l \approx 4{,}25\ m$

La valeur arrondie au cm de la longueur d'enroulement de la passiflore, est égale à 4,25 m.

Pour aller plus loin

La longueur d'enroulement est indépendante de son point de départ. La passiflore peut être plantée où on veut !

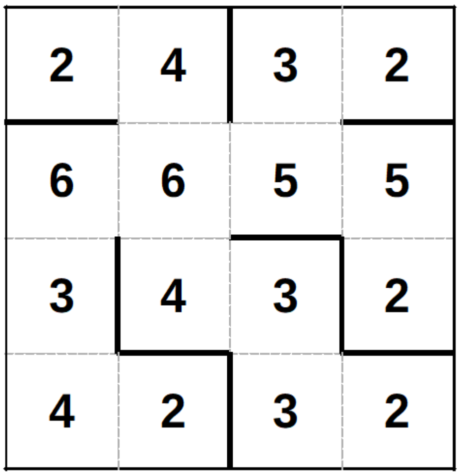
Énigme 3 : Tangram



Remarque : L'hexagone obtenu n'est pas un hexagone régulier.

Énigme 4 : Labyrinthe de la BD

Les chiffres 6 de la 2^e ligne nous permettent de démarrer. En observant les autres chiffres, on en déduit qu'il n'y a pas de cloison sur la 2^e ligne et on trouve la position de la cloison de la 2^e colonne.



Voici la position des cloisons de la salle du Temple.

Énigme 5 : Des mains inconnues

On peut procéder par tâtonnement, mais on se rend vite compte que le travail est fastidieux. Essayons de résoudre le problème à l'aide d'équations. On note **a** le nombre de points d'un AS ; **r** le nombre de points d'un ROI ; **d** le nombre de points d'une DAME et **v** le nombre de points d'un VALET.

D'après ces deux jeux, une dame vaut 7 points de plus qu'un as.

$$\underbrace{a + r + d + v = 14 \qquad v + r + 2a = 7}_{d = 7 + a}$$

$$\begin{cases} 3r + a = d + v \\ 3v = 2r \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3r + a = 7 + a + v \\ 3v = 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3r = 7 + v \\ 3v = 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9r = 21 + 3v \\ 3v = 2r \end{cases} \rightarrow 9r = 21 + 2r$$

$$7r = 21$$

$$r = 3$$

$$v = 2$$

La 2^e équation donne la valeur de a :

$$2 + 3 + 2a = 7$$

$$a = 1$$

Puis on utilise $d = 7 + a$ pour trouver $d = 8$

1 point — 3 points — 8 points — 2 points

Énigme 6 : Matt Démonn

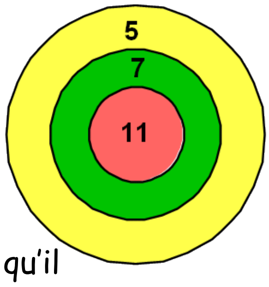
En lançant le dé, Matt peut obtenir tous les entiers de 2020 à 2039.
Parmi ces nombres, trois sont premiers : 2027 ; 2029 et 2039.
Il a donc 3 chances sur 20 d'obtenir un nombre premier.

La probabilité que l'année visitée soit un nombre premier est égale à : $\frac{3}{20}$

Pour aller plus loin

Un polyèdre à 20 faces est appelé un icosaèdre.

Énigme 7 : Dans le mille Émile



Nelly lance trois fléchettes, elle peut donc obtenir au maximum 33 points.
Cathy a lancé au moins 4 fléchettes et Émile au moins 6 fléchettes sur au moins 2 zones différentes. Leur score ne dépasse pas 38 points.

En énumérant toutes les combinaisons possibles du jeu d'Émile, on remarque qu'il y a deux façons d'obtenir 36 ou 38 points. Le score d'Émile est donc égale à 36

EMILE			5 points	7 points	11 points
6 fléchettes	2 zones	32 points	5	1	
		34 points	4	2	
		36 points	3	3	
		36 points	5		1
		38 points	2	4	
	3 zones	38 points	4	1	1
7 fléchettes	2 zones	37 points	6	1	

Ce qui est confirmé par deux combinaisons possibles pour le jeu de Cathy.

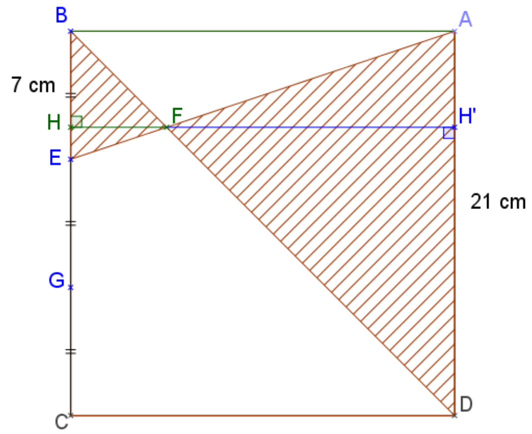
CATHY		5 points	7 points	11 points
4 fléchettes	36 points		2	2
	38 points	1		3

On sait que Nelly obtient 5 points de moins avec 3 fléchettes seulement. Une seule combinaison convient.

NELLY		5 points	7 points	11 points
3 fléchettes	15 points	3		
	17 points	2	1	
	21 points	2		1
	19 points	1	2	
	27 points	1		2
	23 points	1	1	1
	21 points		3	
	18 points		2	1
	29 points		1	2
	33 points			3

On en déduit donc que le score d'Émile est égale à 38 points et que les **deux combinaisons possibles sont** : $2 \times 5 + 4 \times 7 = 38$ et $4 \times 5 + 1 \times 7 + 1 \times 11 = 38$

Énigme 8 : ça frise !



Pour calculer l'aire d'un triangle, on a besoin de connaître la longueur d'un côté et de sa hauteur associée. On cherche donc à déterminer FH.

On prouve facilement que ADF est un agrandissement de EBF par l'homothétie de centre F et de rapport 3.

On en déduit que $FH' = 3\ FH$

De plus $FH + FH' = 21\,cm$ d'où $4\ FH = 21\,cm$

$$FH = 21\,cm \div 4 = 5{,}25\,cm$$

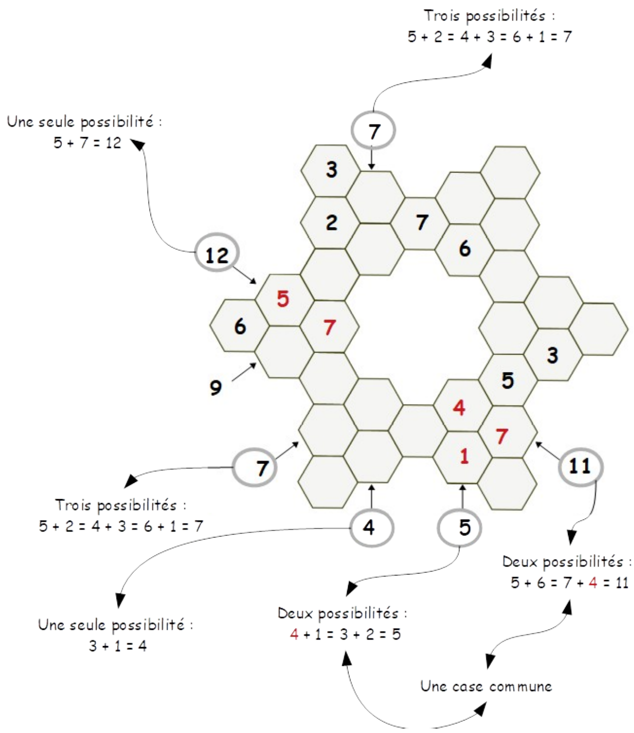
On peut maintenant calculer l'aire du petit triangle, puis l'aire de son agrandissement :

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{A}_{BEF} = \frac{1}{2} \times BE \times HF = \frac{1}{2} \times 7 \times 5{,}25 = 18{,}375\ cm^2 \\ \mathcal{A}_{ADF} = 3^2 \times \mathcal{A}_{BEF} = 9 \times 18{,}375 = 165{,}375\ cm^2 \end{array}\right\} 18{,}375 + 165{,}375 = 183{,}75$$

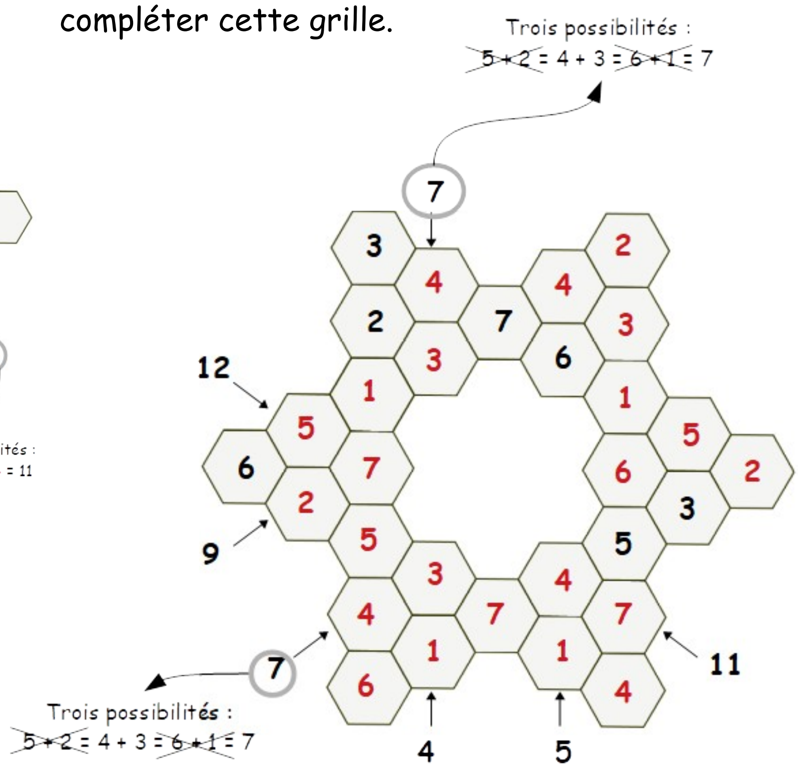
L'aire exacte de la partie hachurée sur le motif est égale à 183,75 cm².

Énigme 9 : Trakazu

Commençons par les sommes correspondantes aux nombres extérieurs à la grille.



En utilisant l'unicité des chiffres de 1 à 7 dans un alignement de sept cases, on arrive à compléter cette grille.



Énigme 10 : En voiture

Notons x le nombre de kilomètres parcourus depuis le 1er juillet 2018.
Regroupons les données du texte dans le tableau ci-dessous :

	au compteur le 30 juin	parcourus entre le 1er juillet et aujourd'hui	actuellement au compteur
nombre de km	31 295	x	31 295 + x
consommation moyenne (en litres pour 100 km)	4,8	4,2	4,7
Total de carburant consommé (en litres)	0,048 × 31 295	0,042 x	0,047 × (31 295 + x)

Pour trouver le nombre de kilomètres parcourus depuis le 1er juillet, il suffit de trouver la valeur de x telle que :

$$0{,}048 \times 31\,295 + 0{,}042\,x = 0{,}047 \times (31\,295 + x)$$

$$1\,502{,}16 + 0{,}042\,x = 1\,470{,}865 + 0{,}047\,x$$

$$31{,}295 = 0{,}005\,x$$

$$x = 6\,259$$

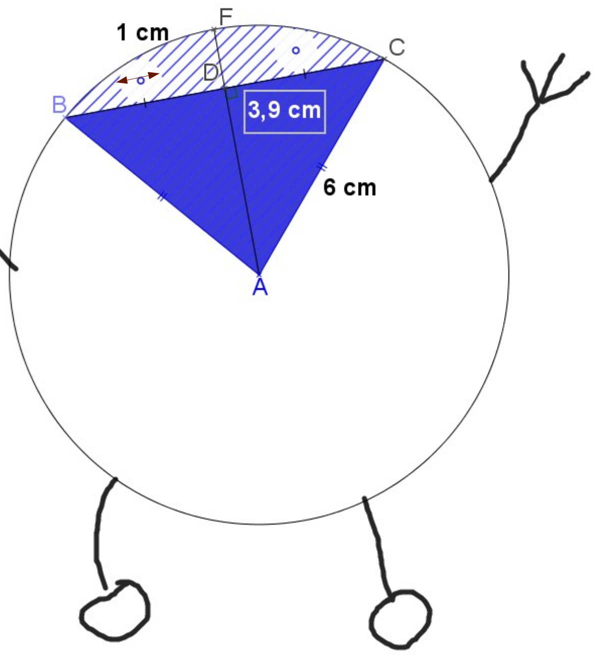
On en déduit le nombre de kilomètres que la voiture affiche au compteur.

31 295 + 6 259 = 37 554

Le compteur affiche actuellement 37 554 km.

Énigme 11 : Shadok

$\mathcal{A}_{\text{hachurée}} = \mathcal{A}_{\text{portion du disque}} - \mathcal{A}_{ABC} - \mathcal{A}_{\text{des 2 yeux}}$



L'aire d'une portion de disque est proportionnelle à son angle au centre. Il faut donc déterminer l'angle $\widehat{BAC}$.

Dans le triangle ADC, rectangle en D, on peut déterminer l'angle de sommet A grâce aux relations trigonométriques : $\sin(\widehat{DAC}) = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{DC}{AC}$

Donc $\widehat{DAC} = \arcsin\left(\dfrac{3,9}{6}\right) \approx 40,54°$ et $\widehat{BAC} \approx 81°$

	disque complet	disque délimité par l'arc BC
angle au centre	360°	$\widehat{BAC} \approx 81°$
aire de la portion de disque de rayon r	πr^2	

$\mathcal{A}_{\text{portion du disque}} \approx (81 \times \pi \times 6^2) \div 360 \approx 25,5 \text{cm}^2$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ADC, rectangle en D, on obtient :

$AD^2 = AC^2 - DC^2 = 6^2 - 3,9^2$

$AD \approx 4,56$ cm environ

D'où $\mathcal{A}_{ABC} \approx 7,8 \times 4,56 \div 2 \approx 17,78 \text{ cm}^2$

Il reste maintenant à déterminer l'aire des deux yeux : $\mathcal{A}_{\text{des 2 yeux}} = 2 \times \pi \times 0,5^2 \approx 1,57 \text{ cm}^2$

D'où : $\mathcal{A}_{\text{hachurée}} \approx 25,5 - 17,78 - 1,57 \text{ cm}^2$

La valeur arrondie au cm^2 est : $\mathcal{A}_{\text{hachurée}} \approx 6 \text{ cm}^2$

Énigme 12 : « Lundi 11 Mars 2019 Pallye Mathématique Aquitaine »

Attention, il faut tenir compte de l'orientation des mots.

Le plus simple pour ne pas se tromper est de réaliser un patron.