



Titre	difficulté	Notions abordées	Compétences sollicitées
-------	------------	------------------	-------------------------

1	<b>Tan-gram</b>	4 points	Aires, géométrie, Pythagore.	<i>représenter, calculer, démarche d'investigation</i>
2	<b>Ça marche !</b>	3 points	Arithmétique : multiples et divisions euclidiennes	<i>modéliser, calculer</i>
3	<b>Circuit croisé</b>	5 points	Jeu	<i>chercher, démarche d'investigation</i>
4	<b>Tour de table</b>	4 points	Dénombrement	<i>modéliser</i>
5	<b>Sans 5</b>	7 points	Jeu de stratégie	<i>chercher, démarche d'investigation</i>
6	<b>Star Click</b>	3 points	Comprendre un algorithme	<i>communiquer</i>
7	<b>Microfix</b>	7 points	Rotation, angle, polygone régulier, multiple.	<i>raisonner</i>
8	<b>Au théâtre</b>	4 points	Arithmétique : diviseurs et nombres premiers	<i>calculer</i>
9	<b>Qui dit la vérité</b>	3 points	Logique	<i>raisonner</i>
10	<b>Mise en scène</b>	6 points	Aires, géométrie, Pythagore, résolution d'équation.	<i>modéliser, calculer</i>
11	<b>Que le spectacle commence !</b>	5 points	Numération, calcul littéral et diviseurs	<i>raisonner</i>
12	<b>Lumières : « On tourne »</b>	6 points	Intersection d'ensembles, résolution d'équations	<i>Modéliser, raisonner</i>

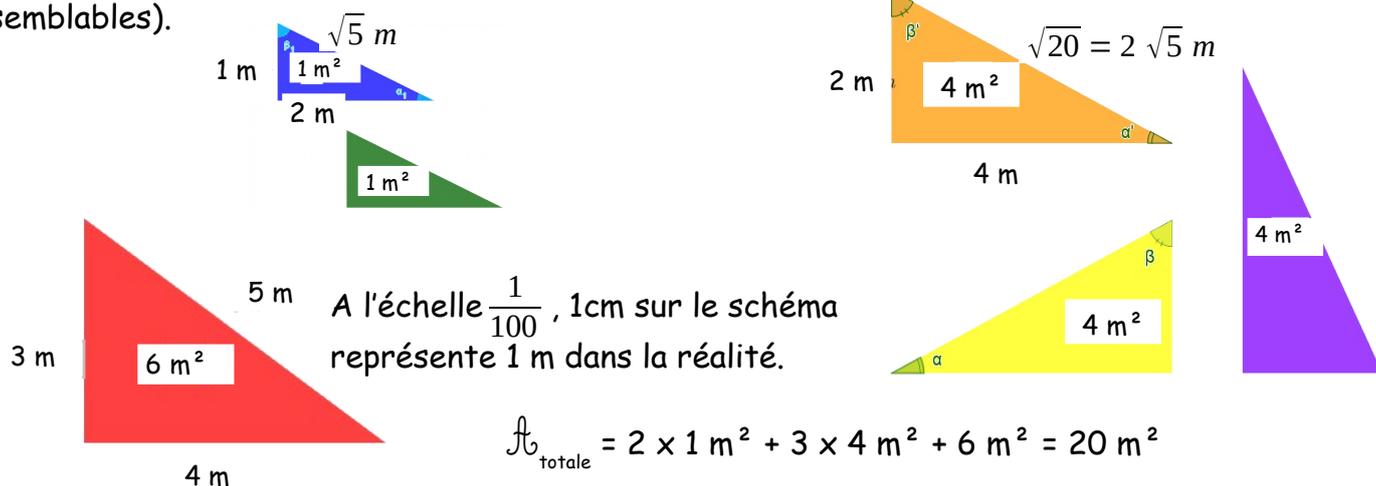
Chercher, communiquer sont des compétences sollicitées par toutes les énigmes.

### Question subsidiaire :

Le 2020<sup>e</sup> nombre premier dans la liste des nombres premiers rangés par ordre croissant est **17 573**.

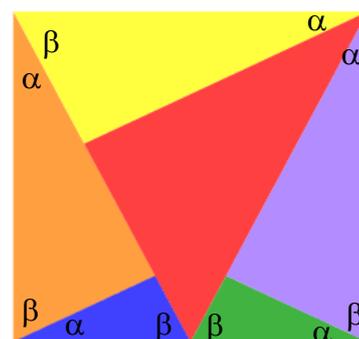
## Énigme 1 : Tan-gram

Observons les 6 pièces de tissus dont on dispose. On peut déterminer la longueur de chacun de leur côté, calculer les aires de chaque pièce et vérifier des égalités d'angles (triangles semblables).



La toile fabriquée à partir de ces six pièces de tissu aura donc une aire de  $20 \text{ m}^2$ .

Pour que la toile soit carrée, elle doit avoir pour côté  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ m}$  : la longueur de l'hypoténuse des trois triangles d'aire  $4 \text{ m}^2$ .



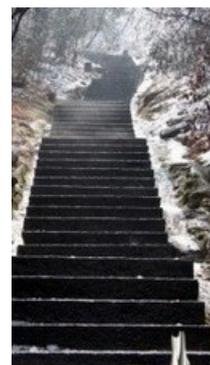
## Énigme 2 : Ça marche !

Notons  $N$  le nombre de marches de cet escalier. On sait que  $N$  est compris entre 236 et 256

On sait que si Cathy monte les marches 3 par 3, il reste 2 marches à gravir.

Effectuons la division euclidienne de  $N$  par 3 :

$$\begin{array}{r} N \\ 3 \\ \hline p \\ \hline 2 \end{array} \quad N = 3p + 2$$



Voici la liste des nombres compris entre 236 et 256 dont le reste est 2 dans la division euclidienne par 3 :

$3p$	234	237	240	243	246	249	252
$3p + 2$	236	239	242	245	248	251	254

On sait que si Nelly monte les marches 4 par 4, il reste 1 seule marche à gravir. Effectuons la division euclidienne de  $N$  par 4 :

$$\begin{array}{r} N \\ 4 \\ \hline p' \\ \hline 1 \end{array} \quad N = 4p' + 1$$

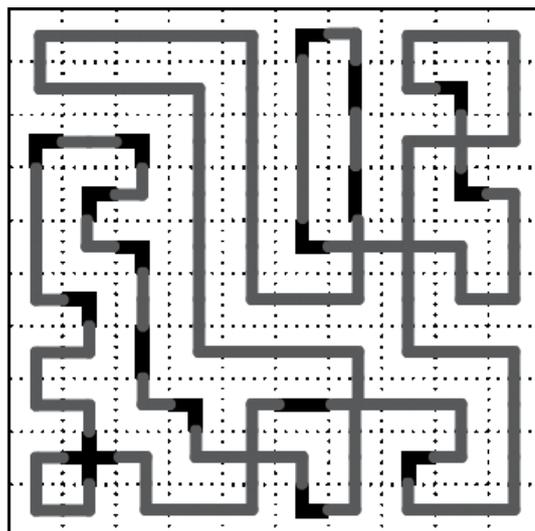
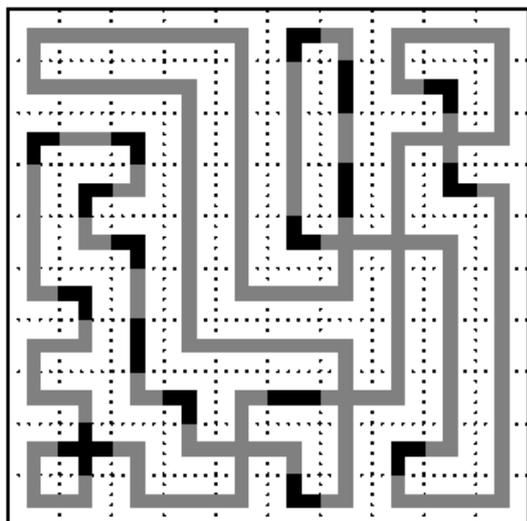
Voici la liste des nombres compris entre 236 et 256 dont le reste est 1 dans la division euclidienne par 4 :

$4p'$	236	240	244	248	252
$4p' + 1$	237	241	245	249	253

Le seul nombre appartenant à ces deux listes est 245. **L'escalier possède donc 245 marches.**

## Énigme 3 : Circuit croisé

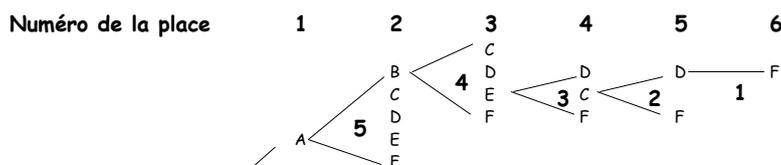
Voici deux solutions possibles :



## Énigme 4 : Tour de table

Nous avons six personnes à placer autour d'une table. Numérotons les places de 1 à 6 et notons A, B, C, D, E et F nos six amis.

Comptons le nombre de dispositions possibles :



$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

Il y a 720 dispositions différentes possibles. Les amis de Manu vont se donner rendez-vous pendant 720 semaines.

$$1 \text{ année} = 52 \text{ semaines} + 1 \text{ jour}$$

(+ 2 pour les années bissextiles)

$$720 \text{ semaines} = 52 \text{ semaines} \times 13 + 44 \text{ semaines}$$

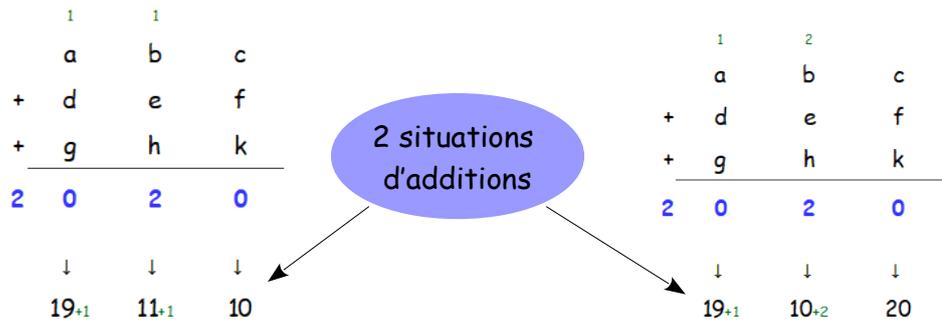
$$\begin{array}{r|l} 365 & 7 \\ \hline & 52 \\ 1 & \end{array}$$

$$13 \text{ ans} < 720 \text{ semaines} < 14 \text{ ans}$$

**Manu sera donc dans sa 43<sup>ème</sup> année lors de la dernière soirée.**

# Énigme 5 : Sans 5

En observant l'addition de trois nombres à 3 chiffres dont la somme est égale à 2020, on obtient deux situations qui vont amener sur trois grilles différentes.



3 pistes de grilles possibles

**Grille 1**

a	b	c	→ 19
d	e	f	→ 11
g	h	k	→ 10
↓	↓	↓	
19	11	10	

**Grille 2**

a	b	c	→ 19
d	e	f	→ 10
g	h	k	→ 20
↓	↓	↓	
19	11	10	

**Grille 3**

a	b	c	→ 19
d	e	f	→ 10
g	h	k	→ 20
↓	↓	↓	
19	10	20	

D'après le titre, le 5 n'apparaît pas dans la grille. On recherche donc toutes les possibilités d'obtenir avec trois chiffres différents et sans le 5 les sommes indiquées sur la grille de notre choix.

- |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $20 = 3 + 9 + 8$ | $19 = 2 + 9 + 8$ | $10 = 0 + 1 + 9$ | $11 = 0 + 2 + 9$ |
| $20 = 4 + 9 + 7$ | $19 = 3 + 9 + 7$ | $10 = 0 + 2 + 8$ | $11 = 0 + 3 + 8$ |
|                  | $19 = 4 + 9 + 6$ | $10 = 0 + 3 + 7$ | $11 = 0 + 4 + 7$ |
|                  | $19 = 4 + 8 + 7$ | $10 = 0 + 4 + 6$ | $11 = 1 + 2 + 8$ |
|                  |                  | $10 = 1 + 2 + 7$ | $11 = 1 + 3 + 7$ |
|                  |                  | $10 = 1 + 3 + 6$ | $11 = 1 + 4 + 6$ |
|                  |                  |                  | $11 = 2 + 3 + 6$ |

Dans les trois grilles, on remarque que la 1<sup>ère</sup> ligne et la 1<sup>ère</sup> colonne (dont la somme est égale à 19) ne peuvent contenir ni le chiffre 0, ni le 1.

- Les grilles n°2 et n°3 n'admettent donc pas de solution.
  - ✓ Dans la grille 3, seule la case centrale peut contenir le 0 et le 1.
  - ✓ Dans la grille n°2, 0 et 1 sont obligatoirement en e ou f. d est donc égal à 9. Par conséquent, le 9 n'est pas sur la dernière ligne donc la somme ne peut pas être égale à 20.
- ✓ La grille n°1 offre plusieurs solutions. On s'aperçoit que a peut être égal à 4 ; à 8 ; à 7 ou à 9.

Voici 4 solutions :

4	6	9
7	3	1
8	2	0

8	2	9
4	6	1
7	3	0

7	3	9
8	2	1
4	6	0

9	8	2
4	0	7
6	3	1

# Énigme 6 : Star Click

Le jeu est figé à la 5ème partie, on souhaite connaître les scores de départ.

A chaque partie, un seul joueur perd.  
Si Ruby perd ( nombre aléatoire = 1 ) :

- on enlève à son score la somme des scores des deux autres joueurs
- le score d'Abby double
- le score de Rory double également



```

quand ce lutin est cliqué
mettre Perdant à nombre aléatoire entre 1 et 3
si Perdant = 1 alors
    mettre Ruby à Ruby - Abby + Rory
    ajouter à Abby Abby
    ajouter à Rory Rory
  
```

Si le nombre aléatoire est égal à 2, c'est Rory qui perd et s'il vaut 3, c'est Abby la perdante de la partie.

```

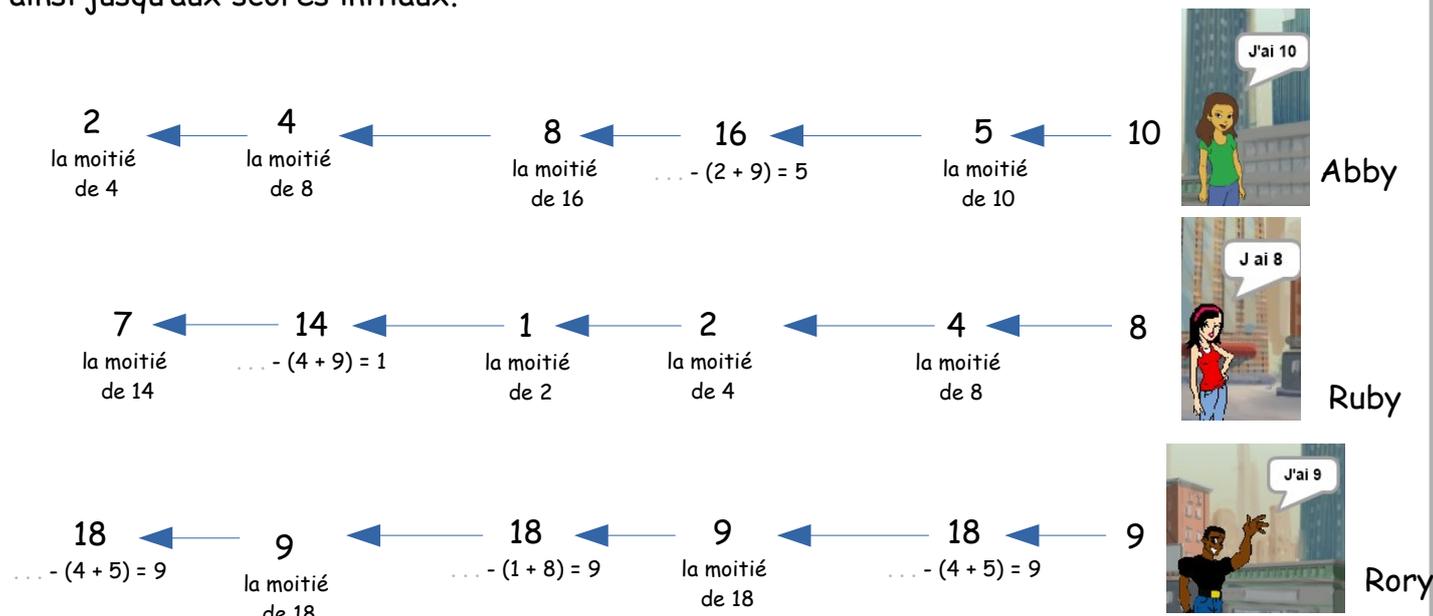
si Perdant = 2 alors
    mettre Rory à Rory - Abby + Ruby
    ajouter à Ruby Ruby
    ajouter à Abby Abby
  
```

```

si Perdant = 3 alors
    mettre Abby à Abby - Rory + Ruby
    ajouter à Ruby Ruby
    ajouter à Rory Rory
  
```

Les scores attribués au départ étant des **nombres entiers**, à chaque partie, les scores des gagnants sont des entiers pairs.

Or, seul le score final de Rory n'est pas un nombre pair. On en déduit que c'est lui qui a perdu à la 5ème partie. On peut ainsi obtenir les scores en fin de 4ème partie. On peut remonter ainsi jusqu'aux scores initiaux.



```

quand espace est pressé
mettre Abby à 2
mettre Ruby à 7
mettre Rory à 18
  
```

## Énigme 7 : Microfix

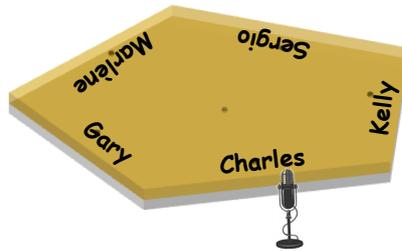
Nos artistes sont répartis sur les 5 côtés d'une scène en forme de pentagone régulier. Le plateau et le socle (tous les deux de même forme) sont superposés. Charles s'exprime en premier.



Charles Bronson



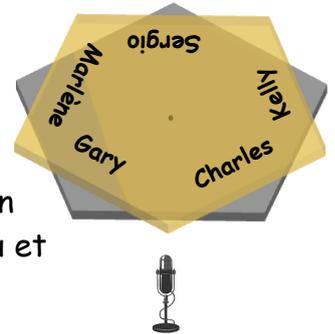
Gary Cooper  
Grace Kelly



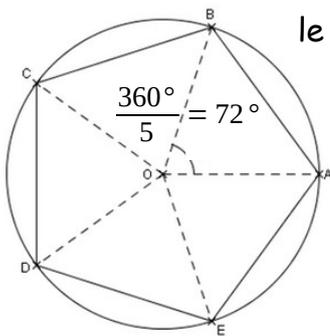
Sergio Leone



Marlène Dietrich



Le plateau tourne plusieurs fois de  $27^\circ$  autour de son centre. L'artiste suivant s'exprime lorsque le plateau et le socle sont à nouveau superposés.



Dans un pentagone régulier, l'angle au centre  $\widehat{AOB}$  a pour mesure  $72^\circ$ .

Pour que le plateau soit de nouveau superposé à son socle, il faut qu'il effectue une rotation d'un angle dont la mesure est un multiple de  $72$ .  $72 \times 3 = 27 \times 8$

8 rotations de  $27^\circ$  correspondent à 3 rotations de  $72^\circ$ .

L'ordre de passage des artistes : Charles / Sergio / Gary / Kelly / Marlène

## Énigme 8 : Au théâtre

Notons  $m$ ,  $n$  et  $p$  les numéros respectifs des places de Christophe, Cathy et Marc.

On sait que :  $1 < m \leq 200$  ;  $1 < n \leq 200$  et  $1 < p \leq 200$

Les diviseurs de 2020 sont :

1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 101 ; 202 ; 404 ; 1010 et 2020.

Le seul nombre premier compris entre 2 et 200 est 101, donc  $n = 101$ .

On sait aussi que :  $m \times n \times p = 36\,764$

Or :  $36\,764 \div 101 = 364$

Les diviseurs de 364 sont :

1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 13 ; 14 ; 26 ; 28 ; 52 ; 91 ; 182 et 364.

Parmi ces nombres, seul 28 est un nombre parfait.

$364 \div 28 = 13$

13 est bien un nombre premier, donc  $m = 28$  et  $p = 13$ .

Christophe est assis à la place n°28, Cathy est à la place n°101 et Marc à la n°13.

## Énigme 9 : Qui dit la vérité ?

**Le corbeau dit la vérité.**

« Les musiciens ne mangent que des frites. »

Donc un animal qui ne mange pas de frites, ne peut pas être un musicien.

Si tu ne manges pas de frites, tu n'es pas musicien.



Aucun musicien ne mange de salade.

**Le renard dit la vérité.**

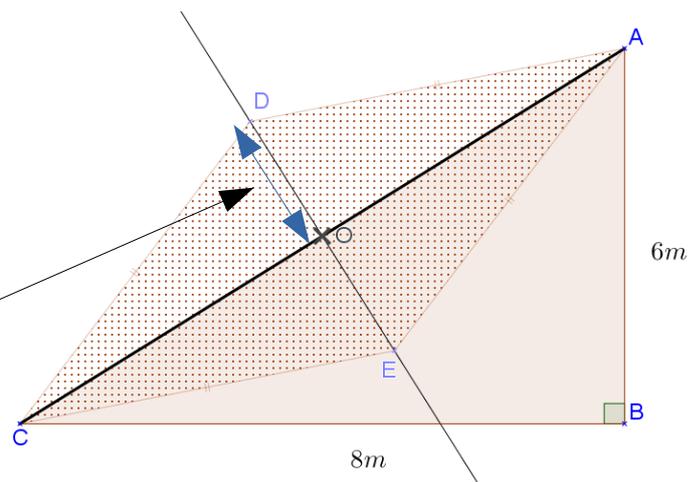
« Les musiciens ne mangent que des frites. »

Ils ne mangent donc pas de salade.

## Énigme 10 : Mise en scène

Sur la figure ci-contre, ABC représente la scène avant les travaux.

O est le milieu de [AC] et D est un point de la médiatrice de [AC]. Le quadrilatère ADCE est un losange de diagonale [AC] qui représente la nouvelle scène.



Notons  $x$  la longueur du segment [OD].

L'aire de la nouvelle scène doit être deux fois plus grande que l'aire des coulisses.

$$A_{ADCE} = 2 \times A_{AECB}$$

$$A_{ACD} = A_{\text{coulisses}}$$

$$A_{\text{triangle}} = 5x$$

$$A_{\text{coulisses}} = A_{AECB} = A_{ABC} - A_{ADE} = 24 - 5x$$

ABC est un agrandissement du triangle du Maçon de rapport 2.  
Donc  $AC = 10$  m.

$$\begin{aligned} \text{Résolvons l'équation : } 5x &= 24 - 5x \\ 10x &= 24 \\ x &= 2,4 \text{ m} \end{aligned}$$

Dans le triangle AOE rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore  $AE^2 = AO^2 + OE^2$

$$AE^2 = 5^2 + 2,4^2$$

$$AE^2 = 30,76$$

$$AE = \sqrt{30,76}$$

$$AE \approx 5,55 \text{ m}$$

**Le côté de la scène mesure environ 5,55 m.**

## Énigme 11 : Que le spectacle commence !



Soit  $A$  un nombre à trois chiffres (différents de zéro).

Il peut donc s'écrire :



$$A = \boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} = 100a + 10b + c$$

$a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois chiffres distincts non nuls.

$$\text{Donc } A \geq 123$$

Tous les nombres à deux chiffres que l'on peut former en prenant deux chiffres de  $A$  sont :



On a donc :

$$A = \boxed{a} \boxed{b} + \boxed{b} \boxed{a} + \boxed{b} \boxed{c} + \boxed{c} \boxed{b} + \boxed{a} \boxed{c} + \boxed{c} \boxed{a}$$

$$A = (10a + b) + (10b + a) + (10b + c) + (10c + b) + (10a + c) + (10c + a)$$

$$A = 22a + 22b + 22c$$

$$A = 22 \times (a + b + c)$$

On en déduit que le nombre  $A$  est un multiple de 22.

Les premiers multiples de 22 supérieurs ou égaux à 123 sont 132, 154 .....

Vérifions que 132 convient :



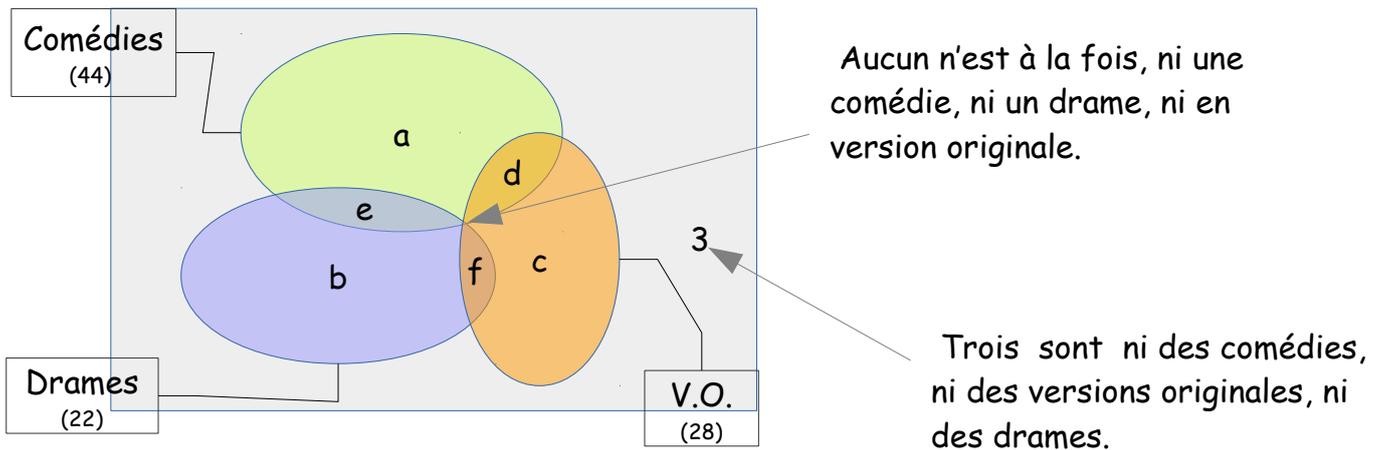
$$\boxed{1} \boxed{3} + \boxed{3} \boxed{1} + \boxed{1} \boxed{2} + \boxed{2} \boxed{1} + \boxed{3} \boxed{2} + \boxed{2} \boxed{3} = 132$$



Le code de sa malle est  $\boxed{1} \boxed{3} \boxed{2}$

## Énigme 12 : Lumières : « On tourne »

L'ensemble des 50 films de la filmothèque est représenté par le schéma ci-dessous.



Les lettres a, b, c, d, e et f représentent le nombre de films de chaque ensemble. Auguste et Louis ont choisis un drame en VO. Chercher le nombre de choix possible revient à chercher la valeur de f.

Les informations nous permettent d'écrire les égalités suivantes :

La plateforme propose 50 films :  
 $a + b + c + d + e + f + 3 = 50$

22 films sont des drames :  
 $b + e + f = 22$

28 films sont des versions originales :  
 $f + c + d = 28$

La plateforme propose 50 films :  
 $a + b + c + d + e + f + 3 = 50$

44 films sont des comédies :  
 $a + d + e = 44$

d'où  $a + c + d = 25$

d'où  $c + d = 28 - f$

On obtient :  $a + 28 - f = 25$   
 puis  $f = a + 3$

On en déduit que  $a + b + c = 0$

Les lettres a, b et c sont des entiers positifs.

Donc  $a = b = c = 0$ , puis  $f = 3$ .

**La filmothèque contient 3 films qui correspondent à leurs critères de sélection.**