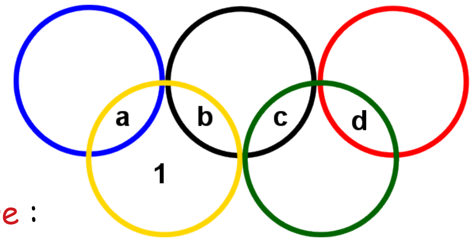
Jeu et stratégie

Énigme 1 : Somme Olympique

Dans l'anneau jaune : a + b = 13.
Or 13 = 9 + 4
= 8 + 5
= 7 + 6



Dans l'anneau bleu et l'anneau rouge :
14 = 8 + 6
= 9 + 5

Dans l'anneau vert :
14 = 9 + 3 + 2
= 8 + 4 + 2
= 7 + 5 + 2
= 7 + 4 + 3
= 6 + 5 + 3

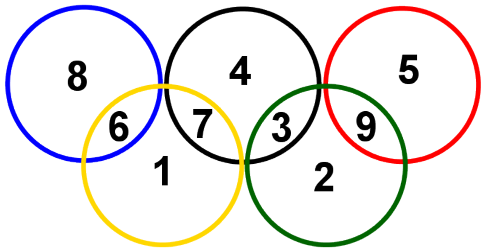
a + b + c + d = Somme des 5 anneaux - Somme des chiffres
= 5 x 14 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)
= 70 – 45
= 25

Voici toutes les possibilités d'obtenir une somme égale à 25 avec 4 chiffres différents compris entre 2 et 9.

25 = 9 + 8 + 6 + 2
= 9 + 8 + 5 + 3
= 9 + 7 + 6 + 3
= 9 + 7 + 5 + 4
= 8 + 7 + 6 + 4

Que représentent les cinq anneaux Olympiques ?

Solution :



Vocabulaire spécifique

Énigme 2 : Mathabble / Vocabble

Énigme pour les amoureux du scrabble.

T_{14} R_{12} I_{6} A_{1} N_{9} G_{5} L_{7} E_{4}

« Triangle » totalise 58 points …

D_{3} E_{4} C_{2} A_{1} G_{5} O_{10} N_{9} E_{4}

« Décagone » totalise les 38 points attendus ….

C_{2} O_{10} N_{9} E_{4} S_{13}

« Cônes » totalise aussi les 38 points attendus …

Énigme 3 : Elle ne manque pas d'aire ! ! !

Pythagore, trigonométrie, calcul d'aire

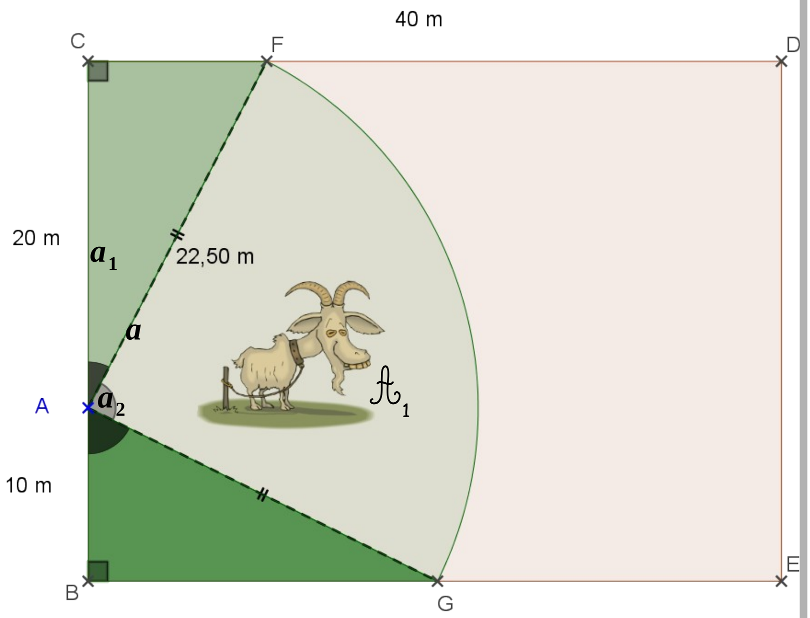
L'aire de la surface broutée est égale à la somme de l'aire du triangle ACF, de l'aire du triangle ABG et de l'aire de la portion de disque.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ACF, rectangle en C :

$$CF^2 = AF^2 - AC^2 = 22{,},5^2 - 20^2$$

$$CF = \sqrt{106{,}25} \approx 10{,}3\ m$$

$$\mathcal{A}_{ACF} = \frac{CF \times AC}{2} = \frac{\sqrt{106{,}25} \times 20}{2} \approx 103{,}1\ m^2$$



D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABG, rectangle en B :

$$BG^2 = AG^2 - AB^2 = 22{,}5^2 - 10^2$$

$$BG = \sqrt{406{,}25} \approx 20{,}2\ m$$

$$\mathcal{A}_{ABG} = \frac{BG \times AB}{2} = \frac{\sqrt{406{,}25} \times 10}{2} \approx 100{,}8\ m^2$$

En utilisant les relations trigonométriques dans les triangles ACF et ABG (respectivement rectangles en C et B), on peut trouver la mesure des angles a_1 et a_2.

$$\cos(a_1) = \frac{AC}{AF} = \frac{20}{22{,}5} \quad \text{d'où} \quad a_1 \approx 27\,° \qquad \text{et} \qquad \cos(a_2) = \frac{AB}{AG} = \frac{10}{22{,}5} \quad \text{d'où} \quad a_2 \approx 64\,°$$

On en déduit la mesure de l'angle a.

$$a = 180\,° - (a_1 + a_2) \approx 89\,°$$

L'aire de la portion du disque de rayon 22,50 m est proportionnelle à l'angle a.

$$\mathcal{A}_1 = \frac{89}{360} \times \pi \times 22{,}5^2 \approx 393{,}2\ m^2$$

$$\boxed{\mathcal{A}_{totale} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_{ACF} + \mathcal{A}_{ABG} \approx 103{,}1 + 100{,}8 + 393{,}2 \approx 597\,m^2}$$

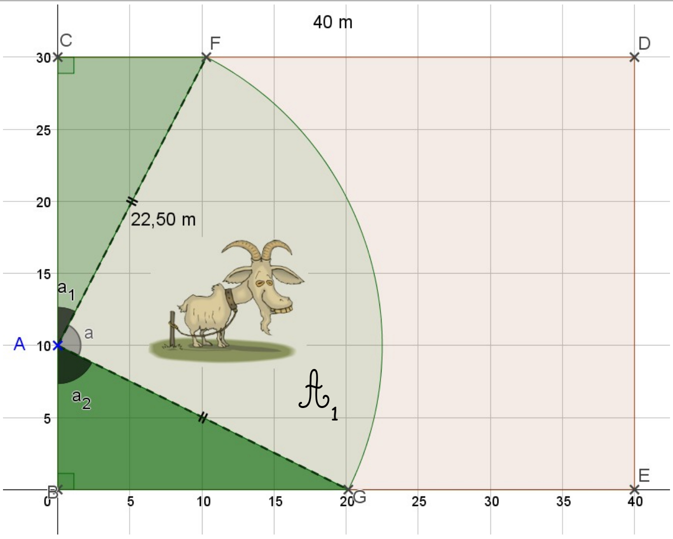
Approximation à l'aide d'une belle construction

$$\mathcal{A}_{ACF} = \frac{CF \times AC}{2} = \frac{10 \times 20}{2} \approx 100\ m^2$$

$$\mathcal{A}_{ABG} = \frac{BG \times AB}{2} = \frac{20 \times 10}{2} \approx 100\ m^2$$

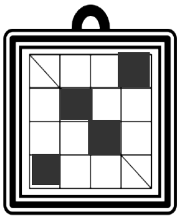
$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{4} \times \pi \times 22{,}5^2 \approx 397{,}6\ m^2$$

$$\mathcal{A}_{totale} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_{ACF} + \mathcal{A}_{ABG} \approx 598\,m^2$$



Énigme 4 : Effet miroir

Symétrie et dénombrement



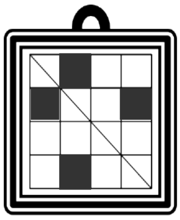
Les contraintes :

- 4 cases exactement doivent être noircie
- Le motif doit être symétrique par rapport à la diagonale.

1er cas : la diagonale contient des cases noircies. On remarque qu'il n'y a que deux possibilités.

- Les 4 cases sont noircies → 1 seul motif correspond à cette situation
- Seulement 2 cases sont noircies → il y a 6 façons de choisir 2 cases sur la diagonale, il reste à noircir 1 des 6 cases d'un côté de la diagonale (puis placer la symétrie). → on dénombre 6 x 6 = 36 motifs différents dans ce cas.

2e cas : la diagonale ne contient aucune case noircie. Il suffit donc de noircir deux cases d'un côté de la diagonale (puis de noircir leurs symétriques). → on dénombre 15 motifs différents (nombre de façons de choisir 2 cases parmi 6).



1 + 36 + 15 = 52

Il y a donc 52 motifs différents.

Énigme 5 : Poids lourds

Modéliser

Pour répondre à la question posée, il suffit regrouper les informations dans ce tableau, puis de le compléter .

	Effectif	Fréquence (en%)
Français	40	20
Bénélux	4	2
Alpins (non Français)	4	2
Ibériques	120	60
d'Europe centrale	30	15
Marocains	2	1
TOTAL	200	100

× 3

÷ 4

Manu a compté 40 camions français lors de cet aller-retour.

Énigme 6 : Carte Premier

Voici la liste de tous les codes possibles. Puis, parmi les codes impairs, on cherche les nombres 1ers

liste des codes					Nombres 1ers
1	2	4	3	1243	
		3	4	1234	
	3	2	4	1324	
		4	2	1342	
	4	2	3	1423	1423
		3	2	1432	
2	1	3	4	2134	
		4	3	2143	2143
	3	1	4	2314	
		4	1	2341	2341
	4	1	3	2413	
		3	1	2431	
3	1	2	4	3124	
		4	2	3142	
	2	1	4	3214	
		4	1	3241	
	4	1	2	3412	
		2	1	3421	
4	1	2	3	4123	
		3	2	4132	
	2	1	3	4213	
		3	1	4231	4231
	3	1	2	4312	
		2	1	4321	

Seulement 4 codes sont des nombres 1ers

$$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

4 x 3 x 2 x 1 = 24 codes différents possibles

Il y a donc 1 chance sur 6 que son code soit un nombre 1er.

Énigme 7 : Nombres croisés

(1) → Multiple de 11

(A) → 1 divise tous les entiers.

(C) → $(1 + a^2)^0 = 1$

(2) → 8 x 9 x 5 x 7 = 2520 divise 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 et 10

(3) → 2 x 3 x 5 x 7 x 9 x 11 x 13 = 30 030

(4) → les diviseurs de 115 : {1 ; 5 ; **23**}

Les diviseurs de 621 : {1 ; 3 ; 9 ; **23** ; 27 ; 69 ; 207 ; 621}

Donc 23 est le plus grand diviseurs entre 115 et 621

(5) → 459 = 6 x 76 + 3

(6) → multiple commun à 3 chiffres de 15 ; 7 et 3 dont le chiffre des centaines est égal à 1 : 105

	A	B	C	D	E
1	1	3	4	3	1
2		2	5	2	0
3	3	0	0	3	0
4	2	3		1	9
5	3		1	0	5

C1	E4	B4	D2
4	9	3	2

Les cases demandées C1 ; E4 ; B4 et D2 sont égales à : 4 ; 9 ; 3 et 2.

Énigme 8 : Les sportifs de Dordogne

On peut utiliser une grille de « logigram » pour croiser et regrouper les informations.

		Villes				Sports			
		Périgueux	Boulazac	Chancelade	Mensignac	Rugby	Boxe	Canoë	Hand Ball
Les Amis	Anthony								
	Christophe								
	Laurent								
	Manu								
Sports	Rugby								
	Boxe								
	Canoë								
	Hand Ball								

Prénoms	Villes	Sports
Anthony		
Christophe		
Laurent		
Manu		

« Le Périgourdin et le Boulazacois ainsi que Chritophe ne manquent jamais les matchs du rugbyman.»

		Villes				Sports			
		Périgueux	Boulazac	Chancelade	Mensignac	Rugby	Boxe	Canoë	Hand Ball
Les Amis	Anthony								
	Christophe								
	Laurent								
	Manu								
Sports	Rugby								
	Boxe								
	Canoë								
	Hand Ball								

« Laurent et Christophe ont accompagné leur ami au canoë mais le Chanceladais n'est pas venu car il travaillait. »

		Villes				Sports			
		Périgueux	Boulazac	Chancelade	Mensignac	Rugby	Boxe	Canoë	Hand Ball
Les Amis	Anthony								
	Christophe				x				
	Laurent								
	Manu								
Sports	Rugby								
	Boxe								
	Canoë								
	Hand Ball								

Informations à « décoder »

« Manu et le joueur de Handball aiment le jardinage alors que le canoéiste et le Boulazacois aiment les randonnées. »

		Villes				Sports			
		Périgueux	Boulazac	Chancelade	Mensignac	Rugby	Boxe	Canoë	Hand Ball
Les Amis	Anthony	x						x	
	Christophe				x				
	Laurent								
	Manu								
Sports	Rugby								
	Boxe								
	Canoë	x							
	Hand Ball								

Manu n'est pas de Boulazac,
et ne fait pas du canoë, ni du Handball
Le joueur de Handball n'est pas de Boulazac, ni le canoéiste.

		Villes				Sports			
		Périgueux	Boulazac	Chancelade	Mensignac	Rugby	Boxe	Canoë	Hand Ball
Les Amis	Anthony	x						x	
	Christophe				x				x
	Laurent		x				x		
	Manu			x		x			
Sports	Rugby			x					
	Boxe		x						
	Canoë	x							
	Hand Ball				x				

Prénoms	Villes	Sports
Anthony	Périgueux	Canoë
Christophe	Mensignac	Hand Ball
Laurent	Boulazac	Boxe
Manu	Chancelade	Rugby

Code secret et cryptographie

Énigme 9 : Enigma

Le décalage du code César est de 7

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F

codage

décodage

Voici le décryptage du message :

Vezngmuxk g gvvxoy hkgaiuav jk inuyky kt buegmkgtz kt

Pythagore a appris beaucoup de choses en voyageant en

Yexok, Hgherutk, kt Kmevzk kz hkgaiuav j'gazxky ktjxuozy

Syrie, Babylone, en Egypte et beaucoup d'autres endroits

La seule ville citée dans ce texte est « BABYLONE »

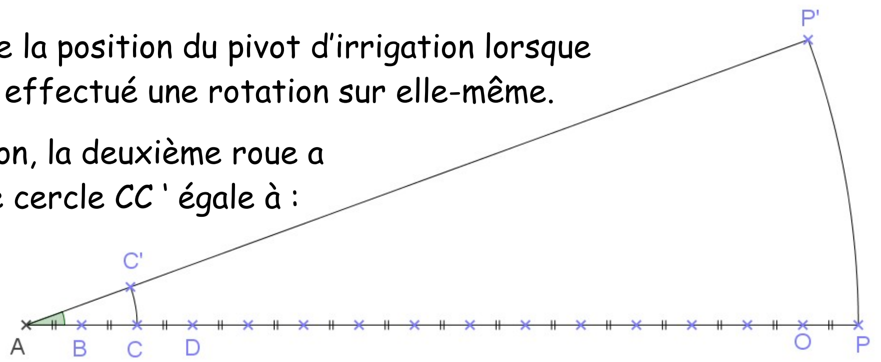
Calcul de Vitesse, homothétie

Énigme 10 : Tout mouillé

Le schéma ci-contre représente la position du pivot d'irrigation lorsque la deuxième roue (au point B) a effectué une rotation sur elle-même.

Au bout d'une minute de rotation, la deuxième roue a parcouru la longueur de l'arc de cercle CC ' égale à :

$CC' = 70\,\pi$ cm $= 0{,}7\,\pi$ m



Les tubes du système d'irrigation étant de même longueur, on a :

$AC = 2\,AB$ et $AP = 15\,AB$ donc $AP = 7{,}5\,AC$.

Par l'homothétie de centre A, de rapport $7{,}5$, C a pour image P , C ' a pour image P '. Donc l'arc de cercle CC ' a pour image l'arc de cercle PP '.

On en déduit que $PP' = 7{,}5 \times CC' = 5{,}25\,\pi$ m

En 1 minute, la 15^{e} roue a donc parcouru $5{,}25\,\pi$ mètres.

Sa vitesse est égale à : $v = 5{,}25\,\pi \div \dfrac{1}{60}\ m/h$

$$v = 315\,\pi\ m/h \approx 990\ m/h$$

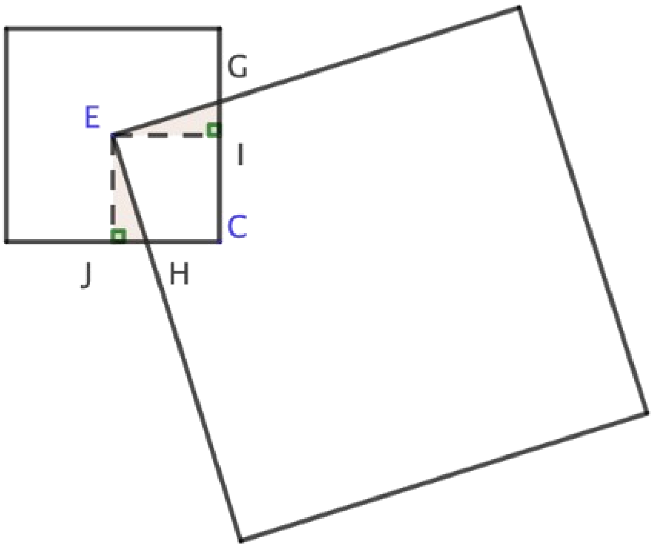
Solution : La 15^{e} roue avance à environ 990 m/h.

Énigme 11 : La danse des carrés

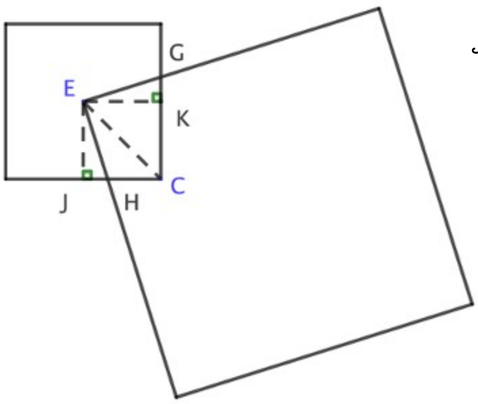
En utilisant l'égalité des triangles, la solution est immédiate.

Les triangles EIG et EJH possèdent deux côtés de même longueur (EI = EJ) compris entre deux paires d'angles de mêmes mesures $\widehat{EJH} = \widehat{EIG}$ et $\widehat{JEH} = \widehat{IEG}$
Les triangles EIG et EJH sont donc égaux.

$\mathcal{A}_{EHCG} = \mathcal{A}_{EJCI} = 1\ m^2$



Par le calcul, l'aire de la partie hachurée est égale à la somme des aires des triangles EGC et EJC.



$$\mathcal{A}_{ECG} = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{EK \times GC}{2} = \frac{1 \times \frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}\ m^2$$

$$\mathcal{A}_{EJC} = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{HC \times EJ}{2} = \frac{\frac{2}{3} \times 1}{2} = \frac{1}{3}\ m^2$$

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ECG} + \mathcal{A}_{EJC} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1\ m^2$$

L'aire de la surface hachurée est égale à 1 m².

Énigme 12 : Trans'forme

Notons : n le nombre de rectangles
p le nombre de triangles

10 000 figures ont été interrogées.
90 % des rectangles et 10 % des triangles prétendent être des rectangles. Cette quantité correspond à 26 % des figures interrogées.
On en déduit le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} n + p = 10\,000 \\ 0{,}9\,n + 0{,}1\,p = 2\,600 \end{cases}$$

Il est équivalent (possède les mêmes solutions) au système :

$$\begin{cases} n + p = 10\,000 \\ 9\,n + p = 26\,000 \end{cases}$$

On en déduit :

$$8\,n = 16\,000$$

$$n = 8\,000 \qquad \text{donc } p = 2\,000$$

Parmi les 10 000 figures interrogées à Math-City, 2 000 étaient réellement des triangles.